

Cours 4: Mécanique et énergie

Remarque : Tout comme le cours précédent, ce cours 4 va être séparé en plusieurs chapitres pour une meilleure compréhension et un approfondissement des notions abordées.

Chapitre 1 L'énergie en mécanique

Introduction:

L'énergie est une grandeur fondamentale en physique. Elle permet de résoudre certains problèmes de mécanique du point et parfois plus simplement qu'en appliquant le PFD (d'où l'intérêt de cette méthode!), même si à la fin les deux résultats doivent bien entendu être les mêmes!

L'énergie permet le lien avec un autre domaine de la physique : la thermodynamique ; qui sera l'objet du prochain cours...

I. Travail d'une force \vec{F} dans un référentiel (\mathcal{R})

1. Travail d'une force \vec{F} dans (\mathcal{R})

Le travail infinitésimal d'une force \vec{F} agissant sur un point matériel M dans un référentiel (\mathcal{R}) est défini par :

$$\delta W (\vec{F} / \mathcal{R}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM}$$

$d\vec{OM}$ est le déplacement infinitésimal de M sur sa trajectoire dans (\mathcal{R})

$d\vec{OM}$ est :

- tangent à la trajectoire de M dans (\mathcal{R})
- de même sens que celui du mouvement de M
- $\|d\vec{OM}\|$ est un petit élément de longueur de la trajectoire de M.

Rappel sur le produit scalaire (vous pouvez passer au paragraphe suivant si vous maîtriser déjà ☺):

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} est un scalaire (autrement dit, un nombre et non plus un vecteur), noté $\vec{u} \cdot \vec{v}$ qui vaut :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

Quelques propriétés du produit scalaire:

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ On dit que le produit scalaire est une application symétrique.
- $\vec{u} \perp \vec{v}$ Si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
- $u^2 = \vec{u} \cdot \vec{u} = \|u\| \times \|u\| \times \cos(\vec{u}, \vec{u}) = \|\vec{u}\|^2$ soit $\|\vec{u}\| = \sqrt{(\vec{u} \cdot \vec{u})} = \sqrt{u^2}$
- Produit scalaire entre vecteurs d'une base orthonormée directe (utile à savoir car on peut être amené à l'utiliser dans certains exercices...)

$$\vec{e}_x \cdot \vec{e}_x = 1 \quad \vec{e}_x \cdot \vec{e}_y = 0$$

$$\vec{e}_y \cdot \vec{e}_y = 1 \quad \vec{e}_y \cdot \vec{e}_z = 0$$

$$\vec{e}_z \cdot \vec{e}_z = 1 \quad \vec{e}_z \cdot \vec{e}_x = 0$$

De plus on a par définition: $d\vec{OM} = \vec{v}(M/\mathcal{R}) dt$ dt étant un intervalle de temps infinitésimal.

On a donc:

$$\delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM} = \vec{F} \cdot \vec{v}(M/\mathcal{R}) dt$$

Remarque: vous avez sans doute remarqué qu'à la différence du diaporama du professeur, j'écris δW et non dW , pour la simple et bonne raison que la différentielle du travail n'est pas une différentielle exacte (tout comme celle de la chaleur en thermodynamique), et il n'est donc pas correct mathématiquement d'écrire dW (ceci est expliqué à la fin du cours 2 du professeur Arnoux il me semble...). Pour avoir un cours le plus correct possible, j'utiliserai donc la notation δW , mais si cela vous perturbe (car légèrement différent du prof), vous pouvez toujours le remplacer par un dW . Dans tous les cas, soyez sans crainte, on ne vous enlèvera pas de points au concours pour une histoire de différentielle...

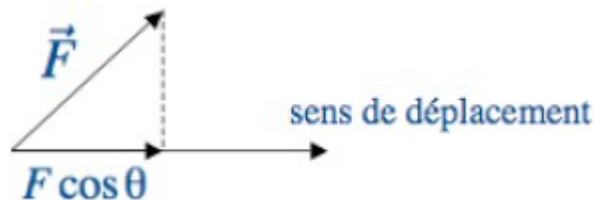
Dimension du travail infinitésimal:

$$[\delta W] = [F][L] = [M][L]^2[T]^{-2} = [\text{énergie}]$$

Rappel : l'unité SI d'une énergie est le joule (J).

En utilisant les propriétés du produit scalaire, on peut écrire:

$$\delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM} = \|\vec{F}\| \times \|d\vec{OM}\| \times \cos(\vec{F}, d\vec{OM}) = \|\vec{F}\| \times \|d\vec{OM}\| \times \cos(\theta)$$



$d\vec{OM} = \|\vec{F}\| \cos(\theta)$, c'est la composante de la force \vec{F} sur la trajectoire à la tangente, autrement dit c'est la composante de la force qui agit sur le mouvement du point M du point de vue énergétique.

Remarque:

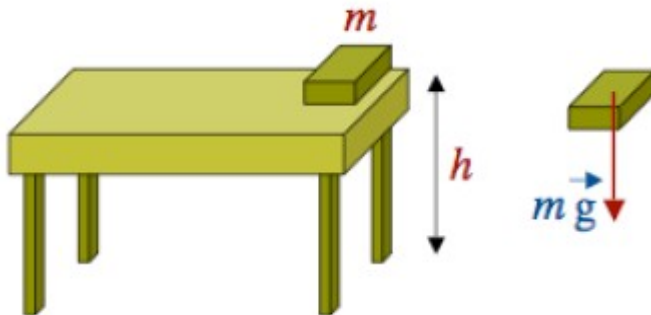
- Si $\delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) > 0$, on dit que le travail est moteur, autrement dit \vec{F} favorise le mouvement de M sur sa trajectoire
- Si $\delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) < 0$, on dit que le travail est résistant, autrement dit \vec{F} va à l'encontre du mouvement de M sur sa trajectoire

On peut maintenant définir le travail de \vec{F} pour M allant de M_1 à M_2 dans (\mathcal{R}) :

$$W_{M_1 M_2}(\vec{F}/\mathcal{R}) = \int \delta W(\vec{F}/\mathcal{R})$$

$$W_{M_1 M_2} = \int \vec{F} \cdot d\vec{OM} = \int \vec{F} \cdot \vec{v}(M/\mathcal{R}) dt$$

2. Exemple du travail du poids:



On pose $\vec{g} = -g \vec{e}_z$ en prenant z verticale ascendante de M.

$$W_{MIM_2}(m \vec{g} / \mathcal{R}) = \int m \vec{g} \cdot d \vec{O}M$$

$$m \vec{g} \cdot d \vec{O}M = -mg \vec{e}_z \cdot d \vec{O}M$$

$$d \vec{O}M = dx \vec{e}_x + dy \vec{e}_y + dz \vec{e}_z$$

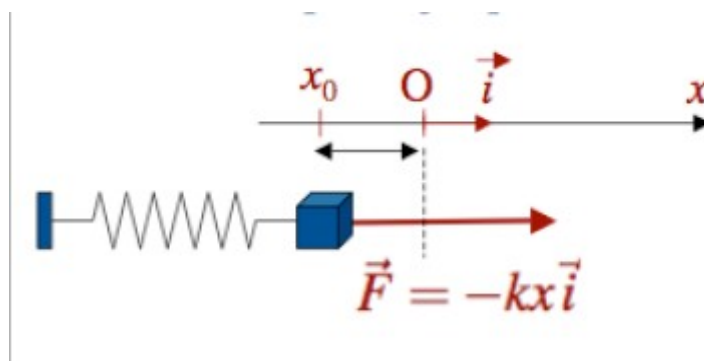
(le poids se projette uniquement sur l'axe des z, on intègre seulement selon la composante dz)

On intègre le poids entre z_1 et z_2 .

$$W_{MIM_2}(m \vec{g} / \mathcal{R}) = \int -mg dz = -mg \int dz = -mg(z_2 - z_1) = mg(z_1 - z_2)$$

Le travail du poids est résistant ($W_{MIM_2} < 0$).

3. Exemple du travail de la force de rappel d'un ressort:



Travail effectué entre x_0 et $x = 0$:

$$W(\vec{F} / \mathcal{R}) = \int F dx = \int -kx dx = -k \int x dx = \frac{1}{2} k x_0^2$$

II. Énergie cinétique – Théorème

1. Définition

L'énergie cinétique de M dans (\mathcal{R}) notée $Ec(M/\mathcal{R})$ est définie par :

$$Ec(M/\mathcal{R}) = \frac{1}{2} m \|\vec{v}(M/\mathcal{R})\|^2$$

$$\|\vec{v}(M/\mathcal{R})\| = v(M/\mathcal{R})$$

$$Ec(M/\mathcal{R}) = \frac{1}{2} m v^2(M/\mathcal{R})$$

L'énergie cinétique est positive.

$[Ec] = [M][L]^2[T]^{-2} = [\text{énergie}]$ unité (SI): J.

Elle dépend de (\mathcal{R}) .

2. Théorème

$$\frac{d Ec(M/\mathcal{R})}{dt} = m \vec{a}(M/\mathcal{R}) \cdot \vec{v}(M/\mathcal{R})$$

3. Théorème de l'énergie cinétique

On applique le **théorème de l'énergie cinétique** à M dans (\mathcal{R}) galiléen de M_1 à M_2 :

$$Ec(M_2/\mathcal{R}) - Ec(M_1) = W_{M1M2}(\vec{F}/\mathcal{R})$$

\vec{F} est la force totale exercée sur M.

Le théorème de l'énergie cinétique est intéressant quand les forces inconnues ne travaillent pas ou quand on peut calculer les travaux sans avoir besoin du PFD.

III. Puissance en mécanique

1. Puissance d'une force \vec{F} dans (\mathcal{R}) : $P(\vec{F}/\mathcal{R})$

La puissance d'une force est définie par:

$$P(\vec{F}/\mathcal{R}) = \vec{F} \cdot \vec{v}(M/\mathcal{R})$$

La puissance dépend du référentiel choisi.

$[P] = [M][L][T]^{-2} [L][T]^{-1} = [M][L]^2[T]^{-3} = [\text{énergie}][T]^{-1}$

Unité SI : le Watt (W).

On peut donc écrire :

$$\delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) = P(\vec{F}/\mathcal{R}) dt$$

2. Cas particuliers : les forces orthogonales au déplacement de M dans (\mathcal{R})

Le travail et la puissance d'une force \vec{F} toujours orthogonale au déplacement de M dans (\mathcal{R}) sont nuls dans (\mathcal{R}) .

C'est-à-dire : $\vec{F} \cdot d\vec{OM} = 0$ (valable pour tout point M dans (\mathcal{R}))
car $\vec{F} \perp d\vec{OM}$ sur la trajectoire

$$\rightarrow W_{M1M2}(\vec{F}/\mathcal{R}) = 0$$

$$\rightarrow P(\vec{F}/\mathcal{R}) = 0$$

Remarque : Ces propriétés vous seront très utiles dans de nombreux exercices de mécanique. Par exemple il est essentiel de savoir que la tension d'un fil dans le cas d'un problème traitant d'un pendule simple est toujours orthogonale au mouvement du pendule. De même la réaction normale du support dans un référentiel lié au support ne travaille jamais !

3. Théorème de la puissance cinétique

Dans (\mathcal{R}) référentiel galiléen, si on note \vec{F} l'ensemble des forces exercées sur M on peut écrire:

$$\frac{d Ec(M/R)}{dt} = P(\vec{F}/\mathcal{R})$$

IV. Energie potentielle – Energie mécanique – Théorèmes

1. Energie potentielle

a. définition

Une force \vec{F} est dite conservative ou dérive d'un potentiel si et seulement si il existe un champ scalaire $Ep(M)$ appelé énergie potentielle associée à la force \vec{F} telle que:

$$\delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM} = -dEp(M)$$

dEp est la différentielle de Ep

$Ep(M)$ est définie à une constante additive près (la constante due à l'intégration de la formule précédente) que l'on peut choisir arbitrairement.

$Ep(M)$ n'a pas de sens physique de façon absolue, seules ses variations (ou différences) ont un sens physique.

$$[Ep] = [\text{énergie}] = [M][L]^2[T]^{-2} \text{ unité SI: Joule (J)}$$

Remarque: pour qu'une force \vec{F} soit conservative, il faut qu'elle ne dépende que de la position du point et non de sa vitesse.

Par exemple: le poids, la force de rappel d'un ressort ou la force d'interaction gravitationnelle sont des forces conservatives.

Les forces de frottements fluide ou solide ne sont pas conservatives.

b. Propriétés des forces conservatives

hypothèse: \vec{F} est conservative

$$\leftrightarrow \delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM} = -dEp(M)$$

$$\rightarrow W_{M_1M_2}(\vec{F}/\mathcal{R}) = \int \vec{F} \cdot d\vec{OM} = \int -dEp(M) = -\int dEp(M) = -(Ep(M_2) - Ep(M_1))$$

$$\leftrightarrow W_{M_1M_2}(\vec{F}/\mathcal{R}) = Ep(M_1) - Ep(M_2)$$

Le travail d'une force conservative pour aller de M_1 à M_2 sur la courbe C est indépendant de C et ne dépend que de M_1 et M_2 .

CP : si $M_1 = M_2$ et que \vec{F} est conservative on a : $W_{M_1M_2}(\vec{F}/\mathcal{R}) = 0$

c. Cas des forces classiques

- Le poids: $\vec{P} = m\vec{g}$

$$\delta W(\vec{P}/\mathcal{R}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM} = m\vec{g} \cdot d\vec{OM}$$

En projetant dans un repère cartésien on a : $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ avec $g = \|\vec{g}\|$

$$\rightarrow \delta W(\vec{P}/\mathcal{R}) = -mg\vec{e}_z \cdot d\vec{OM}$$

$\vec{e}_z \cdot d\vec{OM}$ est la composante de $d\vec{OM}$ sur $\vec{e}_z = dz$.

$$\rightarrow \delta W(m\vec{g}/\mathcal{R}) = -mgdz$$

$m\vec{g}$ est conservatif, l'Ep associée ne dépend donc que de z et vérifie :

$$-dEp = \frac{-dEp}{dz} dz = -mg dz$$

$$\leftrightarrow \frac{dEp}{dz} = mg$$

$$\rightarrow Ep(z) = mgz + cste$$

Conclusion: le poids est conservatif, l'Ep associée est $Ep(M) = mgz + cste$ avec z, la verticale ascendante au point M.

$$W_{M_1M_2}(m\vec{g}/\mathcal{R}) = Ep(M_1) - Ep(M_2) = mgz_1 - mgz_2 = mg(z_1 - z_2)$$

$$W_{M_1M_2}(m\vec{g}/\mathcal{R}) = mg(z_1 - z_2)$$

- Force de rappel d'un ressort: $\vec{F} = -k(l - l_0)\vec{e}_x$

$$\delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM} = -k(x - l_0)\vec{e}_x \cdot d\vec{OM}$$

$\vec{e}_x \cdot d\vec{OM} = dx$ c'est la composante de $d\vec{OM}$ sur \vec{e}_x

$$\delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) = -k(x-l_0)dx$$

\vec{F} est conservative, l'Ep associée ne dépend que de x et on a:

$$\delta W(\vec{F}/\mathcal{R}) = -k(x-l_0)dx = -dEp(M) = \frac{-dEp}{dx}dx$$

$$\leftrightarrow \frac{dEp}{dx} = k(x-l_0)$$

$$\rightarrow Ep(x) = \frac{1}{2}k(x-l_0)^2 + cste$$

Conclusion: la force de rappel d'un ressort est conservative. L'énergie potentielle associée est :

$$Ep(M) = \frac{1}{2}k(l-l_0)^2$$

2. Énergie mécanique – Théorème

a. définition de l'énergie mécanique de M dans (\mathcal{R}) : $Em(M/\mathcal{R})$

On distingue dans la force totale \vec{F}_T agissant sur M dans (\mathcal{R}) la partie conservative et la partie non conservative.

$$\vec{F}_T = \vec{F}_C + \vec{F}_{NC}$$

On peut écrire : $\delta W(\vec{F}_C) = \vec{F}_C \cdot d\vec{OM} = -dEp$

Ep est l'énergie potentielle du point M c'est-à-dire l'ensemble des énergies potentielles associées à chaque force mécanique agissant sur M.

$$Em(M/\mathcal{R}) = Ec(M/\mathcal{R}) + Ep(M/\mathcal{R})$$

$$Em(M/\mathcal{R}) = \frac{1}{2}mv^2(M/\mathcal{R}) + Ep(M)$$

b. Théorèmes

Forme différentielle du TEC (théorème de l'énergie cinétique).

Dans (\mathcal{R}) galiléen on a :

$$dEc = \delta W(\vec{F}_T/\mathcal{R}) = \vec{F}_T \cdot d\vec{OM} = (\vec{F}_C + \vec{F}_{NC}) \cdot d\vec{OM} = \vec{F}_C \cdot d\vec{OM} + \vec{F}_{NC} \cdot d\vec{OM} = -dEp + \delta W(\vec{F}_{NC}/\mathcal{R})$$

$$\leftrightarrow d(Ec + Ep) = \delta W(\vec{F}_{NC}/\mathcal{R})$$

$$\leftrightarrow d(Em) = \delta W(\vec{F}_{NC}/\mathcal{R})$$

$$\rightarrow \int dEm = Em(M_2/\mathcal{R}) - Em(M_1/\mathcal{R}) = \int \delta W(F_{NC}^{\vec{}}/\mathcal{R}) = W_{MIM_2}(F_{NC}^{\vec{}}/\mathcal{R})$$

TEM = théorème de l'énergie mécanique à M dans (\mathcal{R}) galiléen

$$Em(M_2/\mathcal{R}) - Em(M_1/\mathcal{R}) = W_{MIM_2}(F_{NC}^{\vec{}}/\mathcal{R})$$

TPM = théorème de la puissance mécanique à M dans (\mathcal{R}) galiléen

$$\frac{(dEm(M/\mathcal{R}))}{dt} = P(F_{NC}^{\vec{}}/\mathcal{R})$$

3. Cas d'un mouvement conservatif

Définition: le mouvement de M dans (\mathcal{R}) est conservatif, c'est-à-dire son Em reste constante si et seulement si les forces non conservatives agissant sur M ne travaillent pas dans (\mathcal{R})

Mouvement conservatif de M dans $(\mathcal{R}) \leftrightarrow Em(M/\mathcal{R}) = cste$ ou $\frac{(dEm(M/\mathcal{R}))}{dt} = 0$

Cette constante est déterminée à l'aide des conditions initiales du problème. On trouve ainsi l'intégrale première du mouvement.

Chapitre 2 Systèmes de points matériels

Introduction:

Nous avons vu dans les chapitres précédents comment appliquer les lois et les théorèmes de la mécanique (lois énergiques ou dynamiques) à un point matériel M, nous allons dans ce chapitre nous intéresser à un système de points matériels M_1, M_2, \dots, M_n . Pour simplifier le cours et les notations, j'ai décidé de travailler avec un système de seulement 2 points matériels, si vous comprenez avec 2, je pense qu'il sera aisé de passer à 3 voire plus de points matériels...

On travaillera avec S un système formé de deux points matériels M_1 et M_2 de masses respectives m_1 et m_2 en mouvement dans le référentiel $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$

1. Quantité de mouvement

La quantité de mouvement $\vec{p}(S/\mathcal{R})$ du système S dans le référentiel (\mathcal{R}) est la somme des quantités de mouvement $\vec{p}(M_1/\mathcal{R})$ et $\vec{p}(M_2/\mathcal{R})$ des points M_1 et M_2 dans le référentiel (\mathcal{R}) :

$$\vec{p}(S/\mathcal{R}) = \vec{p}(M_1/\mathcal{R}) + \vec{p}(M_2/\mathcal{R}) = m_1 \vec{v}(M_1/\mathcal{R}) + m_2 \vec{v}(M_2/\mathcal{R})$$

2. Energie cinétique

L'énergie cinétique $Ec(S/\mathcal{R})$ du système S dans le référentiel (\mathcal{R}) est la somme des énergies cinétiques $Ec(M_1/\mathcal{R})$ et $Ec(M_2/\mathcal{R})$ des points M_1 et M_2 :

$$Ec(S/\mathcal{R}) = Ec(M_1/\mathcal{R}) + Ec(M_2/\mathcal{R})$$

$$E_c(S/\mathcal{R}) = \frac{1}{2} m_1 v^2(M_1/\mathcal{R}) + \frac{1}{2} m_2 v^2(M_2/\mathcal{R})$$

NB: la partie sur les chocs élastiques/inélastique et la conservation de la quantité de mouvement est très bien expliquée dans les diapos du cours et ne sera donc pas traitée ici.

Chapitre 3 Théorème du moment cinétique

Introduction:

Le moment cinétique d'une force, tout comme la quantité de mouvement et l'énergie, est une grandeur fondamentale de la mécanique. Le moment cinétique joue pour la rotation un rôle équivalent à celui de la quantité de mouvement pour la translation.

I. Rappel (ou pas) sur le produit vectoriel

Remarque: de nombreux étudiants ont du penser l'année dernière que cette partie du cours n'était pas vraiment requise pour l'examen... quelle n'a pas été leur stuppeur, quand ils ont découvert que le premier exercice du sujet de physique du concours portait entièrement sur le moment des forces! C'est pourquoi je vous conseille de prendre le temps de bien comprendre cette partie du cours, et de notamment bien savoir se servir du produit vectoriel (même si ses propriétés seront certainement rappelées dans le sujet, il est indispensable de savoir le manipuler correctement afin de ne pas se sentir désemparé le jour J!)

1. Définition

Le produit vectoriel des vecteurs \vec{u} et \vec{v} est un vecteur, noté $\vec{u} \wedge \vec{v}$ dont:

- la norme est $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times |\sin(\vec{u}, \vec{v})|$
- la direction est perpendiculaire à \vec{u} et à \vec{v}
- le sens est donné par la règle des trois doigts de la main droite (ou règle du tire-bouchon)

2. Propriétés

- Le vecteur $\vec{v} \wedge \vec{u}$ est un vecteur de même norme que $\vec{u} \wedge \vec{v}$, de même direction que $\vec{u} \wedge \vec{v}$ mais de sens opposé à $\vec{u} \wedge \vec{v}$, ainsi:
 $\vec{v} \wedge \vec{u} = -\vec{u} \wedge \vec{v}$
- Si \vec{u} et \vec{v} sont deux vecteurs colinéaires alors : $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$
- Notamment: $\vec{u} \wedge \vec{u} = \vec{0}$ et $\vec{v} \wedge \vec{v} = \vec{0}$
- Si \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} sont trois vecteurs, on a (distributivité):
 $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \vec{w}$

3. Produits vectoriels utiles

Dans une base cartésienne:

$$\vec{e}_x \wedge \vec{e}_y = \vec{e}_z \qquad \vec{e}_y \wedge \vec{e}_x = -\vec{e}_z$$

$$\vec{e}_y \wedge \vec{e}_z = \vec{e}_x \qquad \vec{e}_z \wedge \vec{e}_y = -\vec{e}_x$$

Dans une base cylindrique:

$$\vec{e}_r \wedge \vec{e}_\theta = \vec{e}_z \qquad \vec{e}_\theta \wedge \vec{e}_r = -\vec{e}_z$$

$$\vec{e}_\theta \wedge \vec{e}_z = \vec{e}_r \qquad \vec{e}_z \wedge \vec{e}_\theta = -\vec{e}_r$$

$$\vec{e}_z \wedge \vec{e}_x = \vec{e}_y$$

$$\vec{e}_x \wedge \vec{e}_z = -\vec{e}_y$$

$$\vec{e}_z \wedge \vec{e}_r = \vec{e}_\theta$$

$$\vec{e}_r \wedge \vec{e}_z = -\vec{e}_\theta$$

II. Moment d'une force:

1. Moment d'une force en un point:

Le moment $\vec{M}_O(\vec{F})$ en un point O d'une force \vec{F} appliquée au point M est défini par le vecteur

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F}$$

$\vec{M}_O(\vec{F})$ est le moment en O exprimé en N.m

\vec{F} est une force exprimée en N

Propriétés:

- La norme (ou valeur) du moment $\vec{M}_O(\vec{F})$ est:
$$\|\vec{M}_O(\vec{F})\| = \|\vec{OM}\| \times \|\vec{F}\| \times |\sin(\vec{OM}, \vec{F})| = OM \times \|\vec{F}\| \times |\sin \theta|$$
- Si \vec{OM} est colinéaire à \vec{F} alors $\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{0}$
- Si plusieurs forces \vec{F}_1 , \vec{F}_2 et \vec{F}_3 sont appliquées au point M, alors, si on appelle $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$, la résultante des forces, on a :
$$\begin{aligned} \vec{M}_O(\vec{F}) &= \vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{OM} \wedge (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3) \\ &= \vec{OM} \wedge \vec{F}_1 + \vec{OM} \wedge \vec{F}_2 + \vec{OM} \wedge \vec{F}_3 \\ &= \vec{M}_O(\vec{F}_1) + \vec{M}_O(\vec{F}_2) + \vec{M}_O(\vec{F}_3) \end{aligned}$$

Remarque: dans les exercices, \vec{OM} et \vec{F} se décomposeront en fonction de vecteurs de base. Le calcul du moment en O de \vec{F} reviendra donc à un calcul de produit vectoriel entre vecteurs de base.

2. Moment d'une force par rapport à un axe orienté

Soit Δ un axe passant par O de vecteur unitaire \vec{u}

Le moment de la force \vec{F} appliquée au point M par rapport à l'axe Δ est donné par le nombre scalaire:

$$M_\Delta(\vec{F}) = \vec{M}_O(\vec{F}) \cdot \vec{u}$$

$M_\Delta(\vec{F})$ est le moment par rapport à Δ exprimé en N.m

$\vec{M}_O(\vec{F})$ est le moment en O exprimé en N.m

\vec{u} est un vecteur unitaire de Δ

$M_\Delta(\vec{F})$ correspond donc juste à la projection de $\vec{M}_O(\vec{F})$ sur Δ et c'est une grandeur algébrique.

Le moment $M_\Delta(\vec{F})$ est défini par l'expression:

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = \pm d \times \|\vec{F}\|$$

$M_{\Delta}(\vec{F})$ est le moment par rapport à Δ exprimé en N.m

d est le bras de levier exprimé en m

$\|\vec{F}\|$ est la norme de la force exprimée en N

Le signe + est obtenu si la force \vec{F} a tendance à faire tourner le point matériel M dans le sens direct autour de l'axe Δ .

Le signe – est obtenu si la force \vec{F} a tendance à faire tourner le point matériel M dans le sens indirect autour de l'axe Δ .

NB: On retrouve les mêmes propriétés que le moment en un point.

Ce document, ainsi que l'intégralité des cours de P1, sont disponibles gratuitement à l'adresse suivante : <http://coursplbichat-larib.weebly.com>