

COURS N°6, 7 ET 8 : RADIATIONS

MATIERE ET RAYONNEMENT

Remarques préliminaires : **nouvelles unités.**

Dans le système international

<u>Masse</u>	Kg	
<u>Longueur</u>	m	
<u>Temps</u>	s	
<u>Fréquence</u>	s ⁻¹	Hz
<u>Energie</u>	Kg.m ² .s ⁻²	J
<u>Puissance</u>	J.s ⁻¹	W

- Pour l'**énergie**, on peut aussi l'exprimer en **eV**.

$$E_p = q V$$

E_p = énergie potentielle (J)

q = charge (C)

V = potentiel électrique (V)

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV}$$

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$$

$$1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$$

Pour la **physique nucléaire**, l'ordre de grandeur de l'énergie est le **MeV**.

- Pour la **masse**, on a plusieurs systèmes de mesure.
 - Le premier système de mesure est basé sur la **relation d'Einstein**. On utilise l'équilibre de la masse m et de l'énergie E au repos.

$$E_0 = mc^2$$

E_0 : énergie au repos (J)

m : masse (kg)

c = vitesse de lumière (m.s⁻¹)

Les masses peuvent donc être considérées comme de l'énergie divisée par c^2 . On peut donc donner leurs valeurs en **MeV/c²**.

On peut prendre par exemple l'expression de la masse d'un électron :

$$m_e = 0,9 \times 10^{-30} \text{ Kg}$$

$$m_e \cdot c^2 [\text{J}] = (0,9 \times 10^{-30})[\text{kg}] \times (3 \times 10^8)^2 [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]^2$$

$$m_e \cdot c^2 [\text{eV}] = \frac{(0,9 \times 10^{-30})(3 \times 10^8)^2}{1,6 \times 10^{-19}}$$

$$m_e \cdot c^2 [\text{MeV}] = \frac{(0,9 \times 10^{-30})(3 \times 10^8)^2}{1,6 \times 10^{-19} \times 10^6}$$

$$m_e = \frac{0,511 [\text{MeV}]}{c^2}$$

$$m_e = \frac{511 [\text{keV}]}{c^2}$$

- Le second système d'unité est l'unité de **masse atomique** :

1 uma = $\frac{1}{12}$ de la masse de l'atome de carbone 12.

$$\begin{aligned} 1 \text{ uma} &= 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg} \\ &= 931,5 \text{ MeV}/c^2 \end{aligned}$$

Si on reprend l'exemple de l'expression de la masse d'un électron

$$m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$$

$$m_e = \frac{0,511 \times 10^6 \text{ eV}}{1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 0,54 \times 10^{-3} \text{ uma}$$

LES RAYONNEMENTS

Les rayonnements sont de deux types :

- Les rayonnements électromagnétiques (qui sont des faisceaux de **photons**).
- Les rayonnements constitués par des **faisceaux de particules matérielles** (pour les désintégrations par exemple, avec émission de particules α , β , et des neutrons).

I. Les rayonnements électromagnétiques

A. Les rayonnements électromagnétiques et les photons

1. Aspect ondulatoire des ondes électromagnétiques

L'onde classique est une **onde monochromatique** caractérisée par :

- La **période spatiale** : c'est la **longueur d'onde λ** .
- La **période temporelle** : elle est notée **T**. On distingue aussi la **fréquence $\nu = \frac{1}{T}$**
- Une pulsation ω donnée par $\omega = 2 \pi \nu$

Il y a donc un lien entre la fréquence ν et la longueur d'onde λ .

$$\lambda = c T$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Avec c = vitesse de la lumière dans le vide = $3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Remarque : ordre de grandeurs des longueurs

Pour les **atomes**, $1 \mu = 10^{-6} \text{ m}$
 $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$

Pour les **noyaux**, $1 \text{ Fermi (F)} = 10^{-15} \text{ m} = 1 \text{ femtomètre}$

2. Aspect corpusculaire des ondes électromagnétiques

Tout **rayonnement électromagnétique** de fréquence ν peut être considéré comme constitué d'un faisceau de particules de **masse nulle**, appelées **PHOTONS**.

L'énergie transportée par un **photon** est :

$$E = h \nu \rightarrow \text{Relation de Planck-Einstein}$$

h = constante de Planck = $6,62 \times 10^{-34}$ unités SI

ν = fréquence de l'onde associée au photon

$$E = \hbar \omega$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 10^{-34} \text{ J.s}$$

ω = pulsation de l'onde associée au photon en s^{-1} .

On peut exprimer en mètre la longueur d'onde dans le vide du rayonnement en fonction de l'énergie en Joules du photon.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$
$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{(6,62 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{E}$$

On peut exprimer la longueur d'onde en nm du rayonnement en fonction de l'énergie en eV du photon.

$$\lambda \text{ [nm]} = \frac{hc}{E} = \frac{(6,62 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{E \text{ [eV]} \times (1,6 \times 10^{-19})} \times 10^9 = \frac{1240}{E \text{ [eV]}}$$

B. Classement des rayonnements électromagnétiques en fonction de leur longueur d'onde

1. Si $\lambda < 10 \text{ m}$

$$\lambda < 10^{-8} \text{ m} \rightarrow E \text{ [eV]} = \frac{1240}{\lambda \text{ [nm]}} \rightarrow \text{valeurs très élevées de } E$$

On distingue plusieurs sortes de rayons rentrant dans ces critères :

- **Rayons γ** qui ont pour origine le noyau des atomes.
- **Rayons X** qui ont pour origine les atomes ou les charges électriques accélérées.

Ces rayons ont de nombreuses applications médicales :

- Pour le **diagnostic**.
 - On les utilise pour l'**imagerie** anatomique, comme la tomодensitométrie X qu'on appelle aussi scanner, ou encore pour la radiologie.
 - On les utilise pour l'**exploration fonctionnelle** : scintigraphies, tomographies à émission de positons (TEP).
- Pour la **thérapeutique**.
 - Radiothérapie
 - Curiethérapie

2. Si $10^{-8} < \lambda < 3,8 \times 10^{-7} \text{ m}$

Si $10^{-8} < \lambda < 3,8 \times 10^{-7} \text{ m}$, on est en présence de rayons **UV** (UltraViolet).

Ces rayons ont pour origine les **atomes** et le **rayonnement solaire**.

3. Si $3,8 \times 10^{-7} < \lambda < 7,8 \times 10^{-7} \text{ m}$

Si $3,8 \times 10^{-7} < \lambda < 7,8 \times 10^{-7} \text{ m}$ → $380 \text{ nm} < \lambda < 780 \text{ nm}$

Ces rayons correspondent à la **lumière visible** par l'œil humain, et donc constitue l'étude de l'optique.

4. Si $7,8 \times 10^{-7} \text{ m} < \lambda < 3 \times 10^{-4} \text{ m}$

Ces rayons correspondent aux rayons **IR** (InfraRouge).

On s'en sert pour l'**imagerie thermique**, ou le **laser** en médecine.

5. Si $\lambda > 3 \times 10^{-4} \text{ m}$

On parle alors d'**ondes Hertziennes**, d'ondes **radio**, de **micro-ondes**.

Les sources de ces ondes sont principalement les circuits électroniques et les antennes.

On les utilise en médecine pour l'imagerie par résonance et l'imagerie magnétique qu'on appelle **IRM**.

Si l'énergie des photons en eV $> 13,6$, on a des **rayonnements ionisants**.

Si l'énergie des photons en eV $< 13,6$, on a des **rayonnements non-ionisants**.

II. Origine des rayonnements électromagnétiques et particulièrement les atomes et les noyaux

Les **atomes** sont des sources de **rayonnements électromagnétiques**.

Les **noyaux** sont des sources de **rayonnements électromagnétiques** et/ou de rayonnements formés de **particules matérielles**.

A. Les atomes

Un **atome** est constitué du **noyau** et d'**éléments périphériques**.

La **charge d'un électron** $e = q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

La **masse d'un électron** $m_e = 0,91 \times 10^{-30} \text{ kg}$

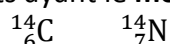
Représentation symbolique d'un atome : ${}^A_Z\text{X}$ ou X (A ; Z)

A est le **nombre de masse**.

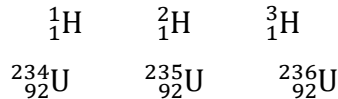
Z est le **numéro atomique**, le **nombre de protons** et donc le **nombre d'électrons**.

L'atome a une **charge électrique totale nulle**. La charge électrique du noyau + celle des électrons = 0

Les éléments **isobares** sont des éléments ayant le **même nombre de masse (même A)**



Les éléments **isotopes** sont des éléments ayant le **même numéro atomique (même Z)**



1. Energie des électrons atomiques

On a une variation non continue (donc discrète) de l'énergie, on parle d'**énergie quantifiée**. Il existe des valeurs caractéristiques pour chaque type d'atome.

On peut faire une approximation : Couches électronique E_n . n est le **nombre quantique principal**. C'est un **nombre entier supérieur ou égal à 1**.

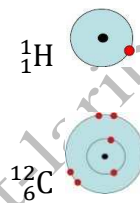
Si $n = 1$, l'électron est sur la couche K

Si $n = 2$, l'électron est sur la couche L

Si $n = 3$, l'électron est sur la couche M etc...

La répartition des électrons dans les différentes couches suit quelques règles, comme le **principe d'exclusion de Pauli : 2 particules identiques ne peuvent avoir le même ensemble de nombre quantique**.

Pour chaque couche, l'électron est à une distance donnée r du noyau, on parle du **modèle atomique de Bohr**.



Les différentes couches correspondent à **certaines valeurs de leur énergie**.

On peut approcher les **niveaux d'énergie des différentes couches** :

$$E_n = -E_0 \frac{(Z - b)^2}{n^2}$$

Z est le nombre atomique (ou numéro atomique)

b est la **constante d'écran**. Elle permet de tenir compte de l'écran que forme l'électron quand il y a interaction avec le reste de l'atome et de l'électron. Cette énergie est nulle pour les atomes hydrogénoïdes ($E_n = -E_0$).

$E_0 = 13,6 \text{ eV}$; E_n décroît en $\frac{1}{n^2}$.



Le schéma ci-dessus est la représentation des valeurs de l'énergie de la couche pour l'**Hydrogène**. A son état fondamental, il comporte un électron, dans la couche $n = 1$, c'est le niveau de plus faible énergie.

Si cet **atome** est **excité**, son **électron sera sur une autre couche**, la couche 2.

Pour l'**état stable**, $n = 1$, $E_n = -E_0 = -13,6 \text{ eV}$

Pour les **états excités** de H (états instables), lorsque **n est supérieur à 1**, on a :

$$E_2 = -\frac{E_0}{4} ; E_3 = -\frac{E_0}{9} ; E_4 = -\frac{E_0}{16}$$

Ce sont des états instables, avec des **durées de vie variables** allant généralement **du ns au ps**.

On définit l'**énergie de liaison d'un électron dans la couche n (W_n)**, qui est l'**énergie qu'il faut fournir pour arracher l'électron de sa couche**.

$$W_n = -E_n$$

$$W_n + E_n = 0$$

$$W_1 = 13,6 \text{ eV}$$

$$W_2 = 3,4 \text{ eV}$$

$$W_3 = 1,5 \text{ eV}$$

2. Absorption et émission d'énergie par structure électronique de l'atome

a. L'absorption de rayonnement

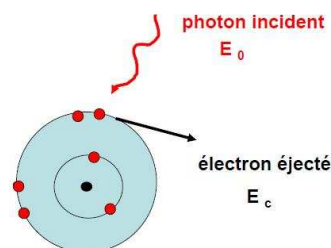
Les **atomes** peuvent **absorber les radiations** qu'elles émettent (ou qui sont émises par d'autres sources). C'est ce qu'on appelle l'**absorption de rayonnement**.

On observe donc le **passage d'un niveau d'énergie** (généralement l'état fondamental) à un **autre état d'énergie discret** (état excité).

Il existe deux conséquences à l'absorption d'énergie :

- L'**ionisation** de l'atome.
- L'**excitation** de l'atome.

α. L'ionisation



Le **photon incident** peut être **absorbé** par l'atome ou il peut être suffisamment énergétique pour **éjecter un électron**.

L'électron est lié au noyau si son énergie est négative.

Pour ioniser un atome, qui est dans son état fondamental, il faut, au moins, lui fournir une certaine énergie E_i .

$$E_i = W_n = -E_n \text{ (énergie d'ionisation)}$$

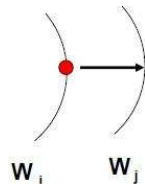
La condition pour éjecter un électron de la couche n est qu' E_0 (énergie du photon incident) doit être supérieur à W_n (qui est l'énergie de liaison de l'électron pour la couche n). On note donc $E_0 \geq W_n$.

On définit E_c , énergie cinétique de l'électron éjecté :

$$E_c = E_0 - W_n$$

β . L'excitation d'un électron de la couche i de l'atome

Quand $E_0 < W_i$ et aussi à W_n , on a passage de la couche i à la couche j (état excité)

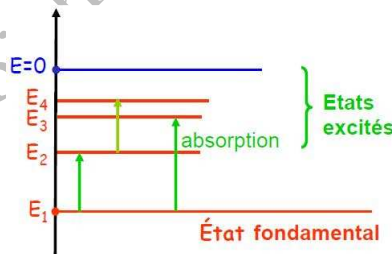


E_0 = énergie du photon incident

W_i = énergie de liaison de l'électron dans la couche i

W_j = énergie de liaison de l'électron dans la couche j

Niveaux d'énergies (quantifiés)



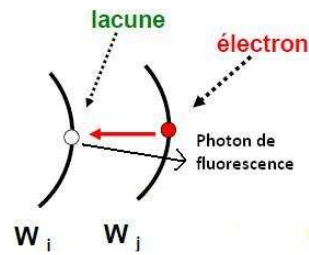
On définit l'énergie d'absorption de rayonnement de fréquence ν_{np} et de longueur d'onde λ_{np} entre 2 niveaux E_n et E_p :

$$|E_n - E_p| = h\nu_{np} = \frac{hc}{\lambda_{np}}$$

b. Emission : fluorescence et Effet Auger

Il conduit au réarrangement du cortège électronique

α. La fluorescence



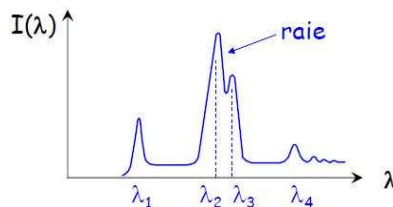
Energie du photon de fluorescence :

$$E = W_i - W_j = h\nu_{ij} = \frac{hc}{\lambda_{ij}}$$

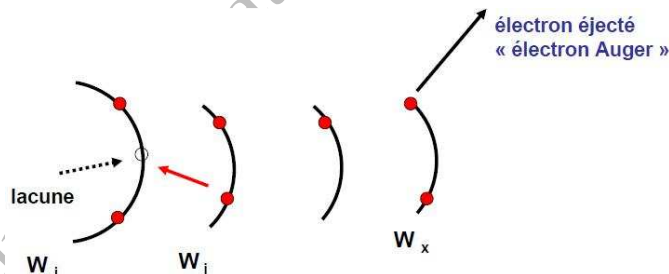
ν_{ij} fréquence du rayonnement de fluorescence

λ_{ij} longueur d'onde du rayonnement de fluorescence

L'ensemble des radiations émises forme un **spectre** qui a des **domaines possibles d'émission** qui correspond à la **lumière visible**, les **UV** et les **rayons X**.



β. Effet Auger



L'électron Auger est éjecté grâce à l'énergie dégagée par le changement de couche.

L'énergie cinétique E_c de l'électron éjecté est donnée par la relation :

$$E_c = (W_i - W_j) - W_x$$

Pour résumer un peu, il y a **plusieurs niveaux d'énergies électroniques** :

- L'état excité (instable).
- L'état fondamental (stable).

Un atome peut **absorber de l'énergie** de plusieurs façons, par :

- Ionisation.
- Excitation.

Un atome peut **émettre de l'énergie** de plusieurs façons, par :

- **Fluorescence.**
- **Effet Auger.**

B. Le noyau des atomes

Les constituants du noyau sont les **nucléons**, qui regroupent les **protons** et les neutrons.

Si **N** est le **nombre de neutrons**, alors **A = Z + N**

Les **protons** :

- Ont une **charge électrique de +e = 1,66 x 10⁻¹⁹ C.**
- Ont une **masse m_p = 1836,15 m_e**

Les **neutrons** :

- Ont une **charge électrique nulle** donc = 0
- Ont une **masse m_n = 1838,68 m_e**

La masse des protons m_p est environ égale à la masse des neutrons m_n

$$m_p = 1,0007 \text{ u} = 938,3 \text{ MeV}/c^2$$

$$m_n = 1,0009 \text{ u} = 939,6 \text{ MeV}/c^2$$

La masse du noyau M et la masse de l'atome M_{at} sont liées par la relation :

$$M_{at} = M + Z m_e$$

Avec m_e masse de l'électron

Z nombre d'électrons

M masse du noyau

M_{at} masse de l'atome.

Dans cette relation, **on néglige les énergies de liaison des électrons** dans l'atome.

1. Les énergies de liaison des nucléons

La masse du noyau M est différente de la somme des masses des protons et des neutrons.

C'est ce qu'on appelle le **défaut de masse noté ΔM.**

$$\Delta M = Z m_p + (A - Z) m_n - M$$

Z m_p est la masse des protons

(A - Z) m_n est la masse des neutrons

M est la masse du noyau

On peut donc en déduire l'**énergie de liaison totale ΔE du noyau**. C'est l'énergie minimale à **fournir pour désintégrer le noyau en protons et neutrons** :

$$\Delta E = \Delta M c^2$$

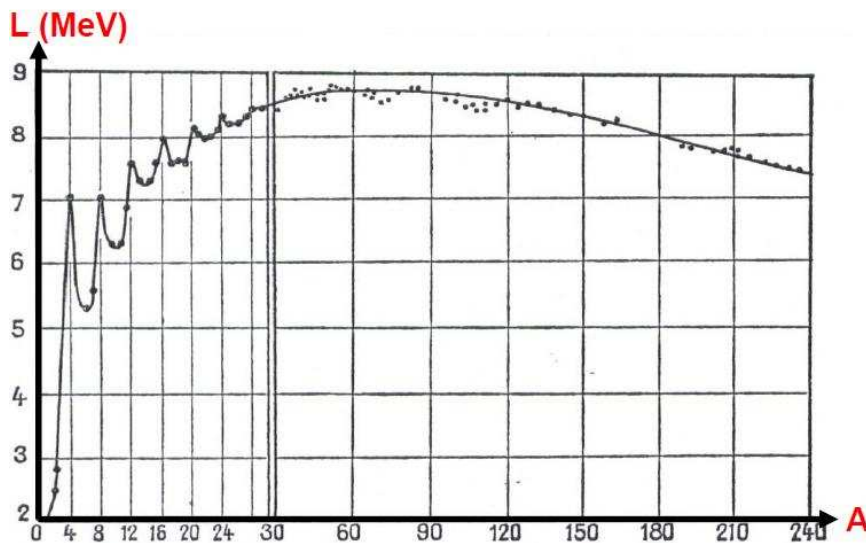
$$\Delta E = Z m_p c^2 + (A - Z) m_n c^2 - M c^2$$

On peut aussi en déduire l'énergie de liaison moyenne L par nucléon :

$$L = \frac{\Delta E}{A}$$

On peut tracer la courbe L en fonction de A . On trouve approximativement trois régions :

- Des **éléments légers** : on y observe une **croissance rapide de L** . C'est la région initiale.
- Des éléments où A est compris entre **40 et 100**. L est **constante** et égale à environ 8MeV par nucléon. L est maximum quand A est vers 60.
- Des **éléments lourds** : on y observe une **décroissance lente de L** .



Cette courbe représente l'énergie de liaison moyenne par nucléons en fonction du nombre de nucléons que contiennent les atomes.

Dans la **partie ascendante**, on observe des **pics** pour A appartenant à des **multiples de 4**. La **croissance** est **irrégulière**.

Si on reste dans cette partie ascendante, on remarque que si on **fusionne deux noyaux légers** (comme le deutérium par exemple) **on obtient un noyau d'énergie de liaison par nucléon L plus grande**. Il y a donc **libération d'énergie**.

La réaction de **fusion** est **exo-énergétique** (libération d'énergie). Elle n'est valable que pour les noyaux légers.

Dans la **partie descendante** de la courbe représentant L en fonction de A , on remarque que ce sont des réactions de **fission des noyaux lourds** qui seront **exo-énergétiques**.

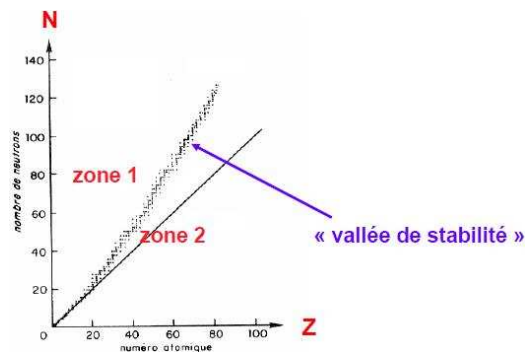
On s'en sert pour la production d'énergie dans les réacteurs nucléaires.

2. Stabilité des noyaux

On donne le nombre de masse en fonction du nombre de protons des nucléides stables :

- Pour les éléments **légers**, on a $N \approx Z$.
- Pour les éléments **lourds**, on a $N \approx 1,5 Z + 10$.

On peut obtenir donc le **diagramme de stabilité** des noyaux suivant :



Les nucléides situés en dehors de la vallée de stabilité sont les **radioéléments** (ou **noyaux radioactifs** ou **radionucléides**). Ce sont des noyaux **excédentaires en neutrons ou en protons**.

Comme l'atome, le noyau est organisé en **couches**, qui correspondent aux niveaux d'énergie (qui est donc **quantifiée**).

A l'état fondamental, correspondant au niveau d'énergie le plus bas, on a A_ZX .

Pour les états excédentaires en énergie, on a :

- Les états **excités**, notés ${}^A_ZX^*$, qui ont une **durée de vie inférieure à 10^{-12} s**.
- Pour les états **métastables**, notés ${}^A_mZ X$, qui ont une durée de vie supérieure à 10^{-12} s (donc plus stable).

Pour passer d'un état excité (ou métastable) à un état stable (sans changer de composition de noyau), il faut libérer de l'énergie. Cette libération peut se faire par :

- **Emission de photons γ** , qui a pour énergie $E_\gamma = |E_i - E_f| = h \nu_{if}$ (avec E_i énergie de l'état initial, E_f énergie de l'état final et ν_{if} fréquence de l'onde associée au photon). Cette émission donne un **spectre de raies** (l'énergie des photons est quantifiée).
- **Conversion interne** de l'énergie à l'électron de la couche atomique (K ou L), qui est alors éjecté. Il faut pour cela vaincre l'énergie de liaison. Elle est en **compétition** avec l'émission de photons. L'énergie cinétique de l'électron est donnée par $E_c = (E_i - E_f) - W_l$. Comme un électron proche du noyau est éjecté, la conversion interne pourra être suivie d'un **réarrangement électronique**, que ce soit l'émission d'un **photon de fluorescence** ou l'éjection d'un **électron Auger**.

3. Principales transformations radioactives

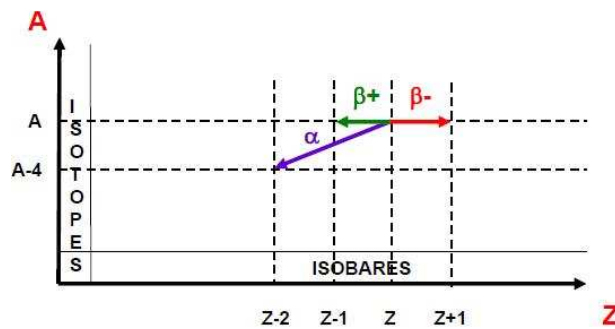
Toutes les transformations suivent les lois de base :

- Le **nombre de masse (A) TOTAL** est **conservé**.
- Le **nombre de charge électrique (Z) TOTAL** est **conservé**.

Concernant les noyaux, on distingue les transformations :

- **Isobariques** (A identiques), pour la désintégration β^+ et la désintégration β^- , ainsi que la **capture électronique** par le noyau [je rappelle que l'électron a une masse négligeable donc on peut considérer que le nombre de masse ne change pas].
- **Isomériques** (A et Z identiques), pour l'émission de **photons γ** ou la **conversion interne**.
- Par **partition**, pour l'émission α ou la **fission nucléaire**.

On peut donner un petit schéma de désintégration :

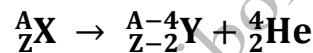


Pour chaque désintégration, il faut préciser :

- Le noyau initial.
- Les différents types d'émission avec leur énergie et leur pourcentage (en cas de compétition).
- Les périodes de transformation (τ).
- Les noyaux intermédiaires.
- Le noyau final.

a. Emission α

L'émission α est caractérisée par la relation :



X est le noyau père radioactif.

Y est le noyau fils (stable ou radioactif).

He est le noyau d'Hélium ou particule α .

Le spectre de l'émission α donne un **spectre de raies**, les valeurs de l'énergie cinétique E_c des particules α .

La particule α émise :

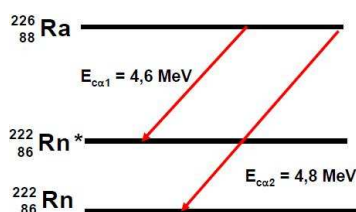
- Possède une **masse** et une **charge élevées**. Les **interactions** avec la matière sont **nombreuses**, les **distances parcourues** sont **faibles** dans les tissus mous (0,03 mm). On les utilise pour les thérapies de contact.
- Est arrêtée par des écrans très légers (elle est **peu pénétrante**).
- Est dangereuse en cas de contact direct ou en cas d'ingestion (elle est **très ionisante**).

On utilise fréquemment une représentation schématique avec le nombre de protons Z en abscisses. Il permet de voir le noyau père, les noyaux intermédiaires, le noyau final, on peut y indiquer les types d'émission et les pourcentages. On a en haut l'élément père et en bas les éléments intermédiaires et l'élément final. La flèche est donc descendante.

Si la flèche va vers la gauche, Z diminue (cas de l'exemple ci-dessous).

Si la flèche va vers la droite, Z augmente.

Si la flèche est verticale, Z ne varie pas (pour l'émission γ par exemple).



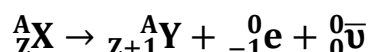
b. Fission nucléaire

La fission nucléaire est la **fragmentation spontanée de noyaux très lourds**.
Il y a souvent une **émission simultanée de neutrons**.

Elle est utilisée dans les réacteurs nucléaires pour la production d'éléments radioactifs artificiels.

c. Emission β^-

L'émission β^- est donnée par l'équation de la réaction :



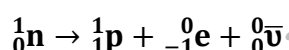
X est le noyau père radioactif.

Y est le noyau fils (stable ou excité).

e est la particule β^- (électron).

$\bar{\nu}$ est l'antineutrino. Il n'est pas chargé et a une masse nulle. Il ne peut être émis seul.

Cette réaction vient des **neutrons excédentaires**, qui donnent des protons et des électrons, pour équilibrer le rapport neutrons/protons :



La réaction est possible uniquement si l'énergie de masse du noyau père est supérieure à celle de la somme des masses des noyaux créés. En exprimant les énergies en fonction de la masse et de la vitesse, on a :

$$\begin{aligned} M(\text{X})c^2 &> [M(\text{Y}) + m_e + m_{\bar{\nu}}] c^2 \quad \text{Or } m_{\bar{\nu}} = 0 \\ M(\text{X})c^2 &> M(\text{Y})c^2 + m_e c^2 \end{aligned}$$

M est la masse du noyau

On peut exprimer les masses des noyaux en fonction des masses atomiques M_{at}

$$(M = M_{\text{at}} - Z \times m_e) :$$

$$[M_{\text{at}}(\text{X}) - Z \times m_e]c^2 > [M_{\text{at}}(\text{Y}) - (Z + 1) \times m_e]c^2 + m_e c^2$$

$$M_{\text{at}}(\text{X})c^2 - Z \times m_e c^2 > M_{\text{at}}(\text{Y})c^2 - (Z + 1) \times m_e c^2 + m_e c^2$$

$$M_{\text{at}}(\text{X})c^2 - Z \times m_e c^2 > M_{\text{at}}(\text{Y})c^2 - Z \times m_e c^2$$

$$M_{\text{at}}(\text{X})c^2 > M_{\text{at}}(\text{Y})c^2$$

$$M_{\text{at}}(\text{X})c^2 - M_{\text{at}}(\text{Y})c^2 > 0$$

Donc la réaction est possible si :

$$[M_{\text{at}}(\text{X}) - M_{\text{at}}(\text{Y})]c^2 > 0$$

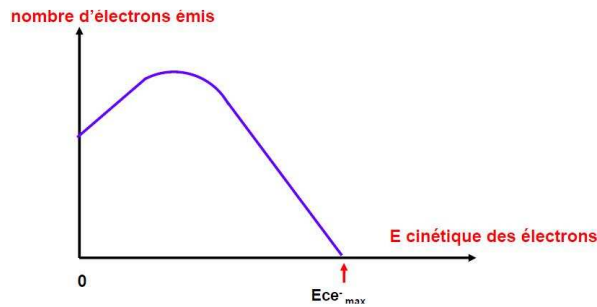
L'énergie libérée (Q) au cours de l'émission β^- est répartie aléatoirement entre l'électron et l'antineutrino :

$$Q = E_{\text{e}^-} + E_{\bar{\nu}}$$

L'énergie cinétique de la particule β^- varie continûment de 0 (quand l'antineutrino emporte toute l'énergie) à E_{e^-} (**max**) (quand l'antineutrino n'emporte aucune énergie). Cette dernière est donnée par la relation :

$$E_{\text{e}^-} (\text{max}) = [M_{\text{at}}(\text{X}) - M_{\text{at}}(\text{Y})]c^2$$

Comme l'énergie de la particule β^- varie continûment, nous n'avons pas un spectre de raies comme lorsque l'énergie est quantifiée mais un **spectre continu** :



L'antineutrino n'interagit pas avec la matière.

La particule β^- a de **nombreuses interactions** avec la matière mais la **distance parcourue** est **faible**.

Si le **noyau fils Y** est déjà à l'**état fondamental** une fois formé, on dit que le noyau père X est un **émetteur β^- pur**.

Si le noyau fils Y est à l'**état excité ou métastable** une fois formé (la plupart du temps), il y a de l'énergie en excès qui va conduire à l'émission d'un ou plusieurs **photons γ et/ou** à une **conversion interne** de l'énergie à un électron d'une couche périphérique proche.

d. Emission β^+

L'émission β^+ est donnée par l'équation de la réaction :



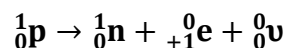
X est le noyau père radioactif.

Y est le noyau fils (stable ou excité).

e est la particule β^+ (ou positon), qui a une charge POSITIVE.

u est le neutrino. Il n'est pas chargé et a une masse nulle. Il ne peut être émis seul.

Cette réaction vient des **protons excédentaires**, qui donnent des neutrons et des positons, pour équilibrer le rapport neutrons/protons :



La réaction est possible uniquement si l'énergie de masse du noyau père est supérieure à celle de la somme des masses des noyaux créés. En exprimant les énergies en fonction de la masse et de la vitesse, on a :

$$\begin{aligned} M(\text{X})c^2 &> [M(\text{Y}) + m_e + m_u] c^2 \quad \text{Or } m_u = 0 \\ M(\text{X})c^2 &> M(\text{Y})c^2 + m_e c^2 \end{aligned}$$

M est la masse du noyau

On peut exprimer les masses des noyaux en fonction des masses atomiques M_{at}

($M = M_{\text{at}} - Z \times m_e$) :

$$[M_{\text{at}}(\text{X}) - Z \times m_e]c^2 > [M_{\text{at}}(\text{Y}) - (Z - 1) \times m_e]c^2 + m_e c^2$$

$$M_{\text{at}}(\text{X})c^2 - Z \times m_e c^2 > M_{\text{at}}(\text{Y})c^2 - (Z - 1) \times m_e c^2 + m_e c^2$$

$$M_{\text{at}}(\text{X})c^2 - Z \times m_e c^2 > M_{\text{at}}(\text{Y})c^2 - Z \times m_e c^2 + 2 \times m_e c^2$$

$$M_{\text{at}}(\text{X})c^2 > M_{\text{at}}(\text{Y})c^2 + 2 \times m_e c^2$$

$$M_{\text{at}}(\text{X})c^2 - M_{\text{at}}(\text{Y})c^2 > 2 \times m_e c^2$$

Donc la réaction est possible si :

$$[M_{\text{at}}(\text{X}) - M_{\text{at}}(\text{Y})]c^2 > 2 \times m_e c^2$$

L'énergie libérée (Q) au cours de l'émission β^+ est répartie aléatoirement entre le positon et le neutrino :

$$Q = E_{e^+} + E_{\nu}$$

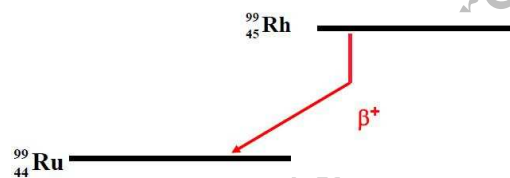
L'énergie cinétique de la particule β^+ varie continûment de 0 (quand le neutrino emporte toute l'énergie) à E_{e^+} (max) (quand le neutrino n'emporte aucune énergie). Cette dernière est donnée par la relation :

$$E_{e^+} (\text{max}) = [M_{\text{at}}(\text{X}) - M_{\text{at}}(\text{Y}) - 2 \times m_e]c^2$$

On néglige les différences d'énergies de liaison des électrons.

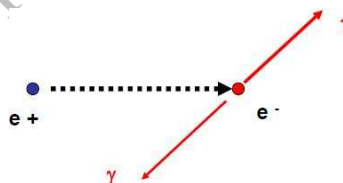
Comme l'énergie de la particule β^+ varie continûment, nous n'avons pas un spectre de raies comme lorsque l'énergie est quantifiée mais un **spectre continu**.

La **représentation symbolique** de l'émission β^+ est particulière :



Le trait vertical, au début, vient du fait que le **positon** épuise son énergie cinétique sous forme de collisions multiples. En fin de parcours, il **se combine à un électron pour produire la réaction d'annihilation**, donnant naissance à **2 photons γ** , de **511 keV chacun** (le tout est équivalent à l'énergie de 2 électrons), de **sens diamétralement opposé**.

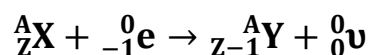
Le trait vertical correspond à la libération des 2 photons de 511 keV.



Cette réaction d'annihilation est utilisée par la TEP (Tomographie à émission de positons), qui permet la détection des photons pour permettre la formation d'une image.

e. Capture électronique

C'est la **capture d'un électron par le noyau**. Elle est donnée par la relation :



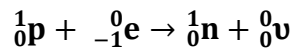
X est le noyau père radioactif.

Y est le noyau fils (stable ou excité).

e est l'électron capturé.

ν est le neutrino. Il n'est pas chargé et a une masse nulle. Il ne peut être émis seul.

Cette réaction vient des **protons excédentaires**, qui vont s'associer à des électrons pour former un neutron et un neutrino :



La réaction est possible uniquement si l'énergie de masse du noyau père et de l'électron est supérieure à celle de la somme des masses des noyaux créés. En exprimant les énergies en fonction de la masse et de la vitesse, on a :

$$M(X)c^2 + m_e c^2 > [M(Y) + m_\nu]c^2 + W \text{ Or } m_\nu = 0 \\ M(X)c^2 + m_e c^2 > M(Y)c^2 + W$$

M est la masse du noyau

W est l'énergie de liaison de l'électron capturé

On peut exprimer les masses des noyaux en fonction des masses atomiques M_{at}

($M = M_{\text{at}} - Z \times m_e$) :

$$[M_{\text{at}}(X) - Z \times m_e]c^2 + m_e c^2 > [M_{\text{at}}(Y) - (Z - 1) \times m_e]c^2 + W$$

$$M_{\text{at}}(X)c^2 - Z \times m_e c^2 + m_e c^2 > M_{\text{at}}(Y)c^2 - (Z - 1) \times m_e c^2 + W$$

$$M_{\text{at}}(X)c^2 - Z \times m_e c^2 + m_e c^2 > M_{\text{at}}(Y)c^2 - Z \times m_e c^2 + m_e c^2 + W$$

$$M_{\text{at}}(X)c^2 > M_{\text{at}}(Y)c^2 + W$$

$$M_{\text{at}}(X)c^2 - M_{\text{at}}(Y)c^2 > W$$

Donc la réaction est possible si :

$$[M_{\text{at}}(X) - M_{\text{at}}(Y)]c^2 > W$$

L'énergie libérée (Q) au cours de la capture électronique est **entièrement emportée par le neutrino** (aucune autre particule peut emporter de l'énergie) :

$$Q = [M_{\text{at}}(X) - M_{\text{at}}(Y)]c^2 - W$$

Si l'électron capturé venait de la couche K, on parle de capture K et ainsi de suite.

Etant donné qu'on capture un électron, on va avoir, comme pour la conversion interne, un **réarrangement électronique**, conduisant à l'émission d'un **photon de fluorescence** ou un **électron Auger**.

Remarque : Pour toutes les transformations, le noyau fils Y peut être stable ou excité. S'il est excité, on aura généralement l'émission d'un photon γ .

4. Cinétique des désintégrations radioactives

a. Lois de désintégration d'un corps radioactif

La désintégration d'un corps radioactif obéit à des **lois STATISTIQUES** [Je sais que vous adorez tous les statistiques].

On définit donc la **constante radioactive λ , probabilité de désintégration d'un noyau par unité de temps**. La dimension de cette constante λ est donc $[\text{temps}]^{-1}$.

A l'instant t, on a N(t) noyaux radioactifs pères présents.

La variation dN est donnée par la relation $dN = -\lambda N dt$

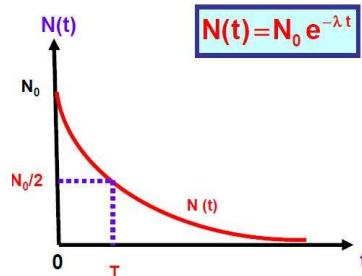
$$\text{On a donc } \frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

A l'origine, lorsque t = 0, on a N_0 noyaux pères radioactifs.

Après résolution de cette équation différentielle (chose que vous savez tous faire), on a :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

C'est une **exponentielle décroissante** :



On peut ainsi définir la **période T** du radioélément, **temps nécessaire pour que la moitié des noyaux pères disparaissent**, donc obtenu lorsque $N(t) = \frac{N_0}{2}$.

Je rappelle que $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$ où $\ln 2 \approx 0,693$.

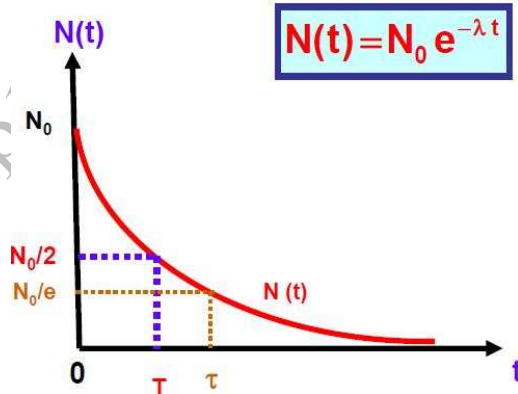
Je rappelle aussi que pour un nombre de période nT écoulé, on a :

$$N(t = nT) = \frac{N_0}{2^n}$$

On peut définir la **durée de vie moyenne** d'un radioélément τ : $\tau = \frac{1}{\lambda}$

On a ainsi :

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$



On a ainsi $T = \ln 2 \times \tau$; $\tau \approx 1,44 T$

On définit l'**activité** d'un radioélément par le **nombre moyen de noyaux qui se désintègrent par unité de temps** : $A(t) = \lambda N(t)$. $A(t)$ est donné en Becquerel (Bq) qui correspond à 1 désintégration par seconde. On peut aussi utiliser le curie (Ci) : $1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ Bq}$ (cela correspond à l'activité d'1g de radium 226).

On a donc :

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \text{ avec } A_0 = \lambda N_0$$

Comme pour le nombre de noyaux pères radioactifs, on a :

$$A(t = nT) = \frac{A_0}{2^n}$$

On peut aussi utiliser l'**activité spécifique a**, rapport de l'activité de la substance radioactive à la quantité totale de substance :

$$a = \frac{A}{n_{\text{total}}}$$

L'activité spécifique a est exprimée le plus souvent en $\mu\text{Ci} \cdot \text{mmol}^{-1}$.

On peut aussi suivre la **masse m d'un corps radioactif** :

$$m(t) = N(t) \frac{M_{\text{mol}}}{N_{\text{AV}}} = \frac{A(t) M_{\text{mol}}}{\lambda N_{\text{AV}}} = \frac{A(t)}{\text{Ln}2} T \frac{M_{\text{mol}}}{N_{\text{AV}}}$$

Avec $m(t)$ en g.

$N(t)$ sans unité (nombre de noyaux).

M_{mol} la masse molaire en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

N_{AV} nombre d'Avogadro, équivalent à $6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

$A(t)$ en s^{-1} .

λ en s^{-1} .

T en s.

b. Variations respectives des noyaux père et fils en cas de noyau fils stable

Le radioélément père X_1 , défini par la constante radioactive λ_1 , donne un élément fils X_2 . On note $N_1(t=0) = N_{1 \text{ initial}}$ [je n'utilise pas la même notation que le prof]

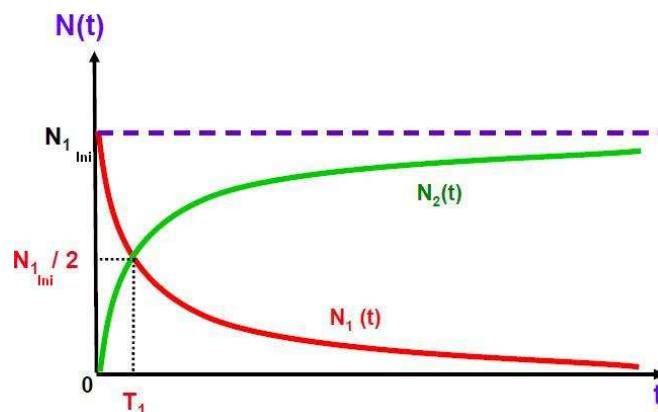
On a donc $N_1(t) = N_{1 \text{ initial}} e^{-\lambda_1 t}$

N_1 tend vers 0. N_2 (0 à $t=0$) tend vers $N_{1 \text{ initial}}$.

On a $dN_2 = -dN_1 = \lambda_1 N_1 dt$.

La résolution de l'équation différentielle donne :

$$N_2(t) = N_{1 \text{ initial}} (1 - e^{-\lambda_1 t})$$



c. Cinétique des filiations radioactives dans le cas d'un noyau fils instable

α. Loi de filiation simplifiée

On a un radioélément père X_1 , défini par une constante λ_1 , qui donne un radioélément fils instable X_2 , défini par une constante λ_2 qui lui-même va donner un élément X_3 .

A l'origine, on a juste de l'élément père X_1 . On a donc $N_1(t) = N_{1 \text{ initial}} e^{-\lambda_1 t}$.

Le noyau X_2 est produit à partir de X_1 ($\lambda_1 N_1 dt$) et est éliminé par désintégration ($-\lambda_2 N_2 dt$). On a donc $dN_2 = -\lambda_2 N_2 dt + \lambda_1 N_1 dt$

La solution de cette équation différentielle de premier ordre est :

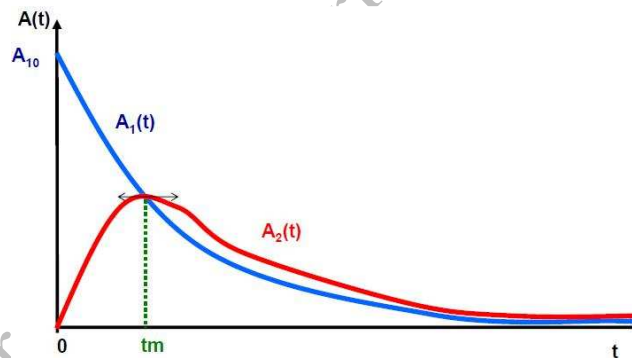
$$N_2(t) = N_{1 \text{ initial}} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$A_2(t) = A_{1 \text{ initiale}} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

C'est loi de filiation simplifiée.

Le noyau X_3 est produit à partir de X_2 . On a $dN_3 = \lambda_2 N_2 dt$. Comme il est stable, son activité est nulle.

On donne l'activité en fonction du temps :



Lorsque le temps t_m est atteint, l'activité de l'élément fils est maximum et l'activité de l'élément père radioactif est égale à celle de l'élément fils. On a donc $A_2(t = t_m) = A_1(t = t_m)$.

On peut trouver t_m par la relation suivante (démonstrable mathématiquement) :

$$t_m = \frac{\ln \lambda_2 - \ln \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

β. Cas particuliers

- Cas où $T_1 > T_2$ (donc $\lambda_1 < \lambda_2$)

Quand t est suffisamment grand, $e^{-\lambda_2 t}$ tend plus vite vers 0 que $e^{-\lambda_1 t}$. On a donc :

$$A_2(t) = A_{1 \text{ initiale}} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}$$

$$A_1(t) = A_{1 \text{ initiale}} \times e^{-\lambda_1 t}$$

$$\frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \text{Constante}$$

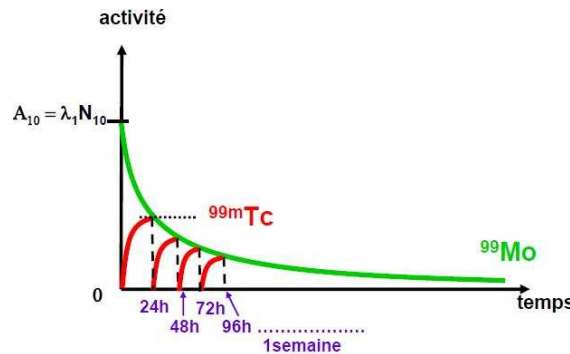
On parle d'**équilibre de régime**.

On peut donner par exemple le cas du Technétium radioactif, très utilisé en médecine nucléaire. On a ${}^{99}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{99m}_{43}\text{Tc} \rightarrow {}^{99}_{43}\text{Tc}$.

$T_1 (\beta^-) = 67$ heures.

$T_2 (\gamma) = 6$ heures.

On obtient donc la courbe suivante :



Au bout de 24h (t_m), c'est-à-dire au moment où l'activité du Tc métastable est le plus forte, on le prélève (pour l'imagerie nucléaire). On l'utilise.

Mais à ce moment là, il n'y a plus dans le générateur, ce qui explique que la courbe reprenne de 0 à 24h. On fait ensuite un nouveau prélèvement à 48h. L'activité sera moins forte que la précédente mais il est toujours utilisable.

Ainsi de suite jusqu'à temps que l'activité soit trop faible pour l'utiliser.

- **Cas où $T_1 \gg T_2$ (donc $\lambda_1 \ll \lambda_2$)**

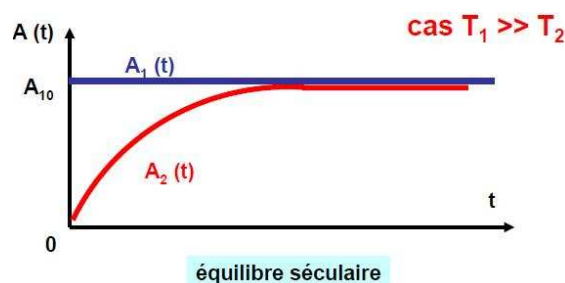
$$e^{-\lambda_1 t} \approx 1$$

$$A_1(t) = A_{1 \text{ initial}}$$

Pour un t grand, on a aussi $e^{-\lambda_2 t} \approx 0$ et $\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \approx 1$ donc $A_2(t) \approx A_{1 \text{ initial}}$

Donc **$A_1(t) \approx A_2(t) \approx A_{1 \text{ initial}}$** pour un t suffisamment grand.

On parle d'**équilibre séculaire** :

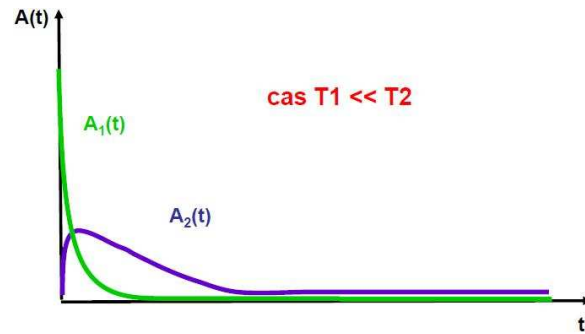


- **Cas où $T_1 \ll T_2$ (donc $\lambda_1 \gg \lambda_2$)**

$e^{-\lambda_1 t}$ tend vers 0 rapidement.

$$A_2(t) = A_1 \text{ initiale} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t}$$

On peut considérer que **le noyau fils se désintègre selon sa propre période** :



Ce document, ainsi que l'intégralité des cours P1, est disponible sur <http://coursp1bichat-lariboisiere.weebly.com/>