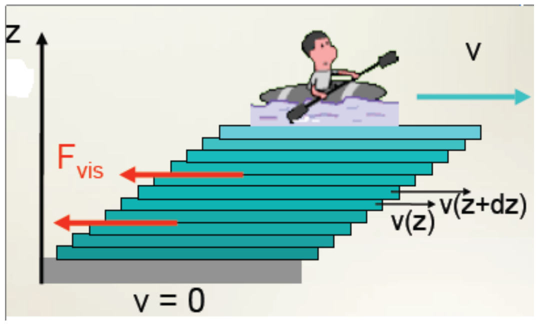
Cours 7 Les fluides visqueux

Introduction:

Dans le premier chapitre traitant de la mécanique des fluides nous avons considéré uniquement des écoulements parfaits. La réalité est bien plus complexe que cela; le sang notamment possède une propriété qui rend le modèle de l'écoulement parfait inexact: c'est la viscosité. Ce chapitre traitera donc des fluides visqueux, ce sera le dernier chapitre de mécanique des fluides abordé en PCEM1, et le dernier cours de physique que je rédigerai (instant émotion).

I. La viscosité

La viscosité permet de faire la distinction entre un fluide parfait et un fluide réel.
Rappelez vous, dans le cas des fluides parfaits, on avait considéré que l'écoulement se déroulait sans perte d'énergie, ce qui nous permettait d'appliquer le théorème de Bernoulli.
Dans un fluide réel, il existe des forces dites de viscosité. Elles sont dues à des frottements qui existent entre les couches de vitesses différentes et sur les parois. Ces forces tendent à ramener toutes les couches à la même vitesse.

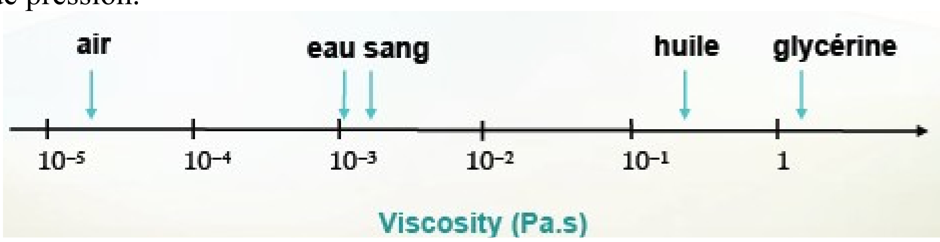


$$\boxed{|F_{vis}| = \eta\, S \frac{dv}{dz}}$$

$$[\eta] = \frac{([F][L])}{([S][v])} = [P](\frac{[L]}{[L]}[T]^{-1}) = [P][T]$$

USI: Pa.s

Au niveau macroscopique, les molécules de la couche la plus rapide cèdent de la quantité de mouvement à celles de la couche plus lente lors des collisions. On a donc une diminution d'énergie et une perte de pression.



- **Effet de la température**

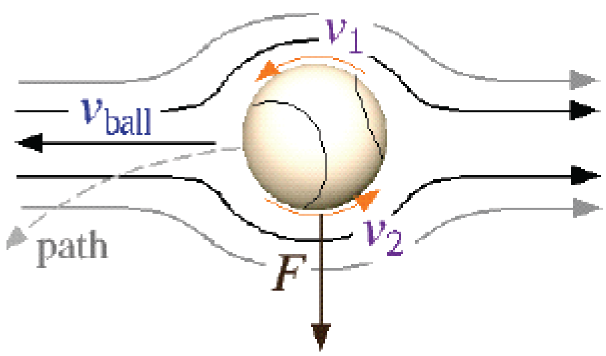
La viscosité diminue quand la température diminue pour un liquide.
La viscosité augmente selon $\sqrt{T}$ pour un gaz parfait.

La viscosité du sang est liée à la densité des globules.
η(sang) = $2{,}1.10^{-3}$ Pa.s

II. Effet magnus

Définition:
Quand la vitesse d'un fluide augmente, sa pression diminue.

Path = trajectoire



L'air visqueux est entraîné par la rotation de la balle près de la surface de celle-ci.

Dans le référentiel de la balle on peut écrire:

$$\vec{v}_{air\ surface}=\vec{v}_{écoulement}+\vec{v}_{rotation}=-\vec{v}_{balle}+\vec{v}_{rotation}$$

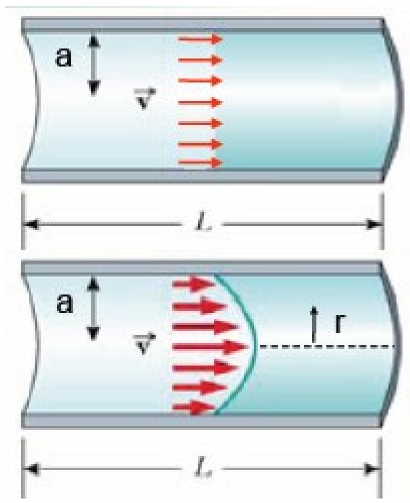
$$|v_1|=|v_{balle}|-|v_{rotation}|<|v_2|=|v_{balle}|+|v_{rotation}|$$

$$P_1>P_2$$

La vitesse de la rotation de la balle modifie la vitesse de l'air autour d'elle.L'effet sera dissymétrique: d'un côté la balle entraîne l'air qui accélère. De ce côté la pression diminue. De l'autre côté la balle freine l'écoulement d'air et la pression augmente. On aura donc une différence de pression et la balle va se déplacer du côté où la pression est plus faible. Selon la vitesse de rotation de la balle, la position des points où la vitesse est respectivement minimale et maximale (et donc le sens de la force appliquée) varie.

→ La trajectoire de la balle est incurvée

III. Profil de vitesse



On considère un écoulement dans un tube cylindrique.
Si le fluide est parfait, on observe un écoulement où la vitesse est constante en tout point du fluide.
Si le fluide est visqueux, on observe un profil de vitesse parabolique.

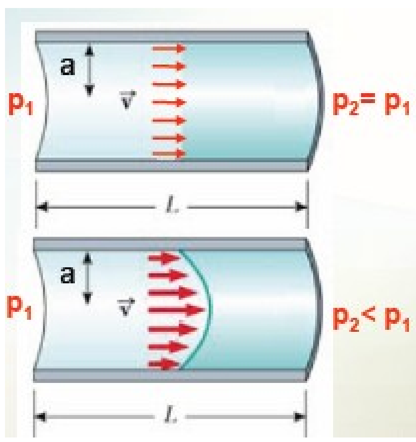
$$v\propto(a^2-r^2)$$

Au niveau des parois v = 0 (frottements maxima)
Au centre v = vmax (loin des parois et plus petites surfaces de frottement interne).

On peut définir le débit en fonction de la vitesse moyenne:

$Q=S\bar{v}$ avec $\bar{v}=\frac{1}{2}vmax$

IV. Dissipation et perte de pression

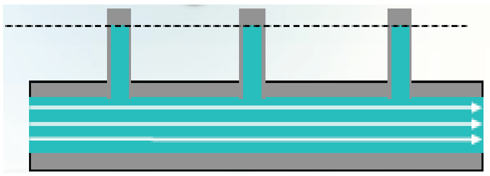


On considère toujours un écoulement dans un tube cylindrique.
Si le fluide est parfait, il n'y a pas de perte d'énergie on peut donc écrire: $P_1 = P_2$
Si le fluide est visqueux, on observe une perte d'énergie par frottement $P_2 < P_1$
La perte de pression observée est due à la **dissipation de l'énergie**. Plus le tube est long, plus le fluide frotte contre les parois et plus il y a de frottement interne. La perte d'énergie et donc de pression sont proportionnelles à la **longueur du tube**, à la **viscosité** et à la **vitesse**.

$$\Delta P\propto\eta L v$$

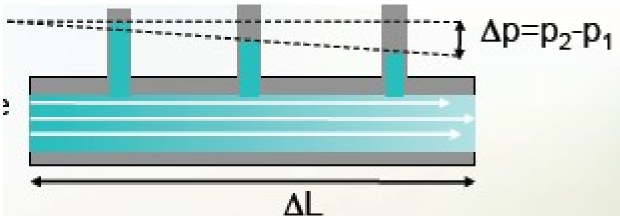
Lors de l'écoulement d'un liquide parfait, on n'observe pas de perte de pression.

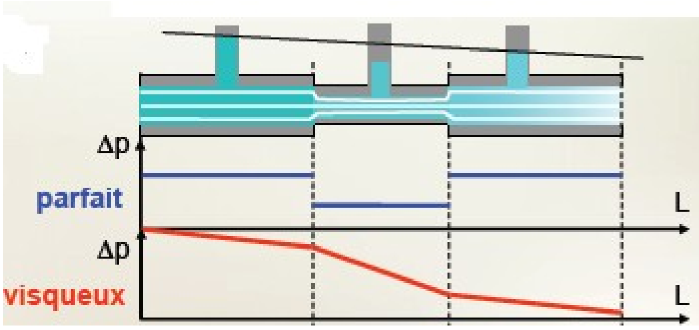
P = cste



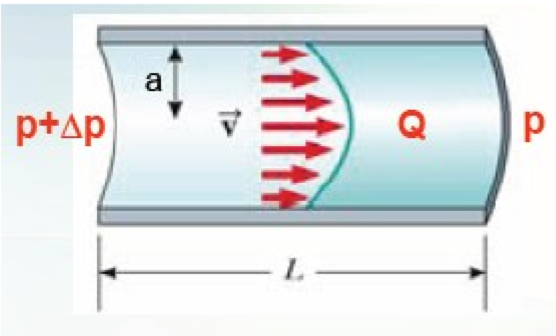
Lors de l'écoulement d'un fluide visqueux : on observe une perte de charge (= perte de pression) constante par unité de longueur.

$$\frac{(\Delta P)}{(\Delta L)} = cste$$





1. Loi de Poiseuille



On considère un écoulement laminaire de débit Q dans un tube cylindrique de rayon a et de résistance R telle que:

$\Delta P = RQ$ avec $R = \frac{(8\eta L)}{(\pi a^4)}$

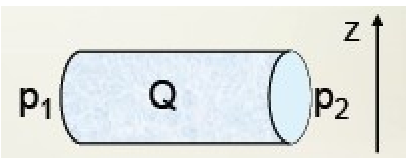
La différence de pression fait circuler le fluide avec le débit Q pour vaincre la résistance R.
Un fluide se déplace toujours vers les basses pressions!

2. Puissance dissipée

On observe une dissipation d'énergie de par le frottement interne et les frottements contre les parois provoquant un échauffement du fluide.
On peut calculer la puissance dissipée:

$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \rightarrow P = \Delta P S \overline{v} = \Delta P Q$

3. Loi de Bernoulli modifiée

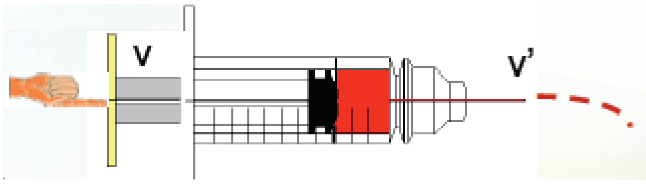


Le fluide considéré est visqueux, il existe donc une perte de pression ΔP irrécupérable.
$P_2 - P_1 = \Delta P = RQ > 0$

Le théorème de Bernoulli s'écrit alors:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = \Delta P + P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

<u>Exemple: Perte de charge d'une seringue</u>



Quelle est la perte de charge relative entre l'aiguille (rayon a' = 0,3 mm, longueur L' = 3cm) et le corps de la seringue (a = 1cm et L = 6cm)?

Conservation du débit → Q = Q' → $\frac{(\Delta P')}{(\Delta P)} = \frac{R'}{R} = \frac{L'}{L}\left(\frac{a}{a'}\right)^4 = 0{,}5 \times 1{,}24.10^6 = 6{,}2.10^5$

Quelle est la perte de charge si on injecte 2cm^3 d'un antibiotique assez visqueux (η = 0,05 Pa.s) en t = 10s ?

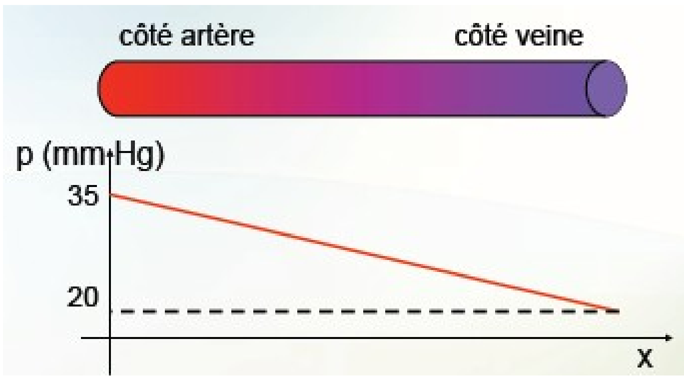
ΔPtot = ΔP + ΔP' ≈ ΔP' car ΔP' = 6,2.10^5 ΔP

$$Q = \frac{dV}{dt} = 2.10^{-7} m^3.s^{-1} \quad \text{et} \quad R' = \frac{(8\eta L)}{(\pi a^4)} = 4{,}7.10^{11}\, Pa.s.m^{-3}$$

$$\Delta P' = Q' R' = 9{,}4.10^4\, Pa = 0{,}94\, atm$$

Avec quelle force doit-on appuyer sur le piston de rayon a pour injecter le produit dans un muscle où la pression vaut environ 20 mm d'Hg ?
Ftot = SP = Pπa²
P = Patm + Pmuscle + ΔP' = 10^5 + 2630 + 9,43.10^4 = 1,97 atm
Mais F = Patm πa² fournie par la pression de l'air ambiant donc la force du doigt de l'infirmière vaut:
Fdoigt = (Pmuscle + ΔP')πa² = (0,97.10^5)π10^{-4} = 30,5 N

<u>Autre exemple: perte de charge dans un capillaire:</u>

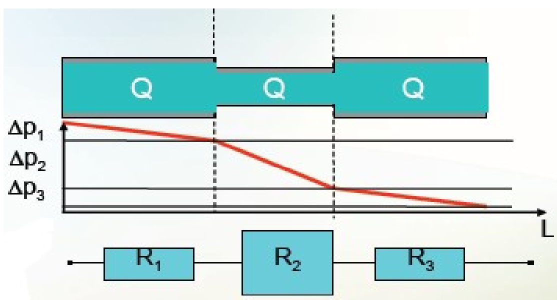


Données: a = 3μm et L = 1mm ;
η = 3.10^{-3} Pa.s

Quel est le débit du capillaire ?

$$R = \frac{(8\eta L)}{(\pi a^4)} = 9{,}4.10^{16}\, Pa.s.m^{-3}$$

$$Q = \frac{(\Delta P)}{R} = 2{,}1.10^{-4} m^3.s^{-1} = 0{,}08\, mm^3.h^{-1}$$

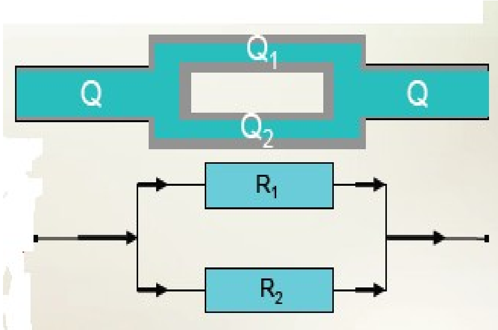


Combinaison des résistances:

On peut associer des résistances **en série**.

$\Delta P=\sum \Delta P_i=R_{tot}Q$ Avec $R_{tot}=\sum R_i=R_1+R_2+...+R_n$

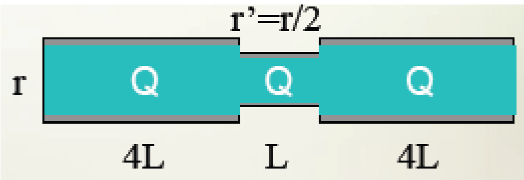
Mais elles peuvent aussi être associées **en parallèle**.



$Q=Q_1+Q_2$ Et $\Delta P_1=\Delta P_2=R_{tot}Q$

avec $\frac{1}{R_{tot}}=\frac{\sum 1}{R_i}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+...+\frac{1}{R_n}$

Exemple de la sténose:



$$R=\frac{(8\eta L)}{(\pi r^4)}$$

$$\rightarrow \frac{(R')}{R}=(\frac{r}{r}')^4=(\frac{2r}{r})^4=16$$

$$R'=\frac{(8\eta L)}{(\pi r'^4)}$$

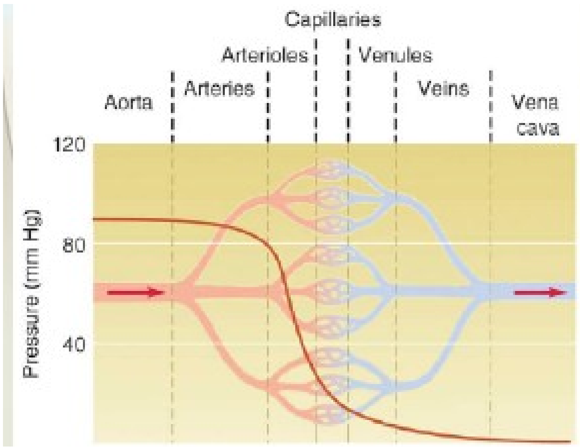
Si l'artère est saine: Rtot = 9R
Dans le cas de l'artère sténosée: R'tot = 4R + R' + 4R = 8R + 16R = 24R

Calcul des pertes de charges:

$P_{ent}=P_{sort}+9RQ$

$P_{ent}=P'_{sort}+24RQ$

Perte de charge sanguine



Environ 60% de perte dans les artérioles
Environ 10% de perte dans les capillaires (le Q est plus petit car les capillaires sont en parallèle)

Ces notions seront revues dans un cours de physio du second semestre ☺

Bénéfices du parallélisme:

aorte a = 1cm, L = 10cm débit Q = 10^{-4} $m^3.s^{-1}$
capillaires a' = 3µm, L' = 1mm, Q' = 2.10^{-14} $m^3.s^{-1}$

Rapport des résistances: (sans considération du parallélisme)

$$\frac{(R')}{R}=(\frac{(a')}{a})^4(\frac{(L')}{L})=1{,}2.10^4\times 10^2=1{,}2.10^{16}$$ → inacceptable, le sang serait bloqué

Nombre de capillaires:

$$Q=\sum Q_i=NQ' \quad \rightarrow \quad N=\frac{Q}{(Q')}=\frac{10^{-4}}{2.10^{-14}}=5.10^9$$

Résistance équivalente du réseau de capillaires parallèles:

$$\frac{1}{R_{tot}}=\frac{\sum 1}{R_i}=\frac{N}{(R')}=\frac{5.10^9}{(R')} \quad \rightarrow \quad R_{tot}=2.10^{-10}R'$$

on observe une forte chute de la résistance équivalente; la perte de charge est alors acceptable

$$\frac{R_{tot}}{R}=2.10^{-10}\frac{(R')}{R}=2{,}4.10^6$$

Le reste des diapos du prof ressemble plus à des diapos de physio (les réjouissances du second semestre :p). Elles ne peuvent pas faire l'objet de questions au concours en tant que telles. On peut s'en servir pour illustrer les exos (ils aiment bien ça en médecine, de dire telle maladie, telle artère etc...) mais en vérité une fois qu'on sait les formules et le raisonnement, on s'en fout royalement que le fluide ça soit du sang ou de la vodka ^^
Il me reste qu'à vous souhaiter bon courage pour votre concours, bossez bien votre physique, ça rapporte gros au concours!

Amicalement

Anne - Cécile