Intensité, ondes stationnaires, effet doppler

Ce cours reprend le cours de madame Grenier de 2007, il constitue une aide et en aucun cas une référence pour le concours !

C'est un résumé du cours de madame Grenier, reprenant ce qu'il y a à savoir pour le concours, les démonstrations des résultats ne sont pas tous présent dans ce cours, vous devrez vous référer aux PDF du prof.

1) Puissance et intensité

Comme vue précédemment, une onde transporte une énergie, cette énergie totale de l'onde est la somme des énergies cinétiques et potentielles moyennes.
Ainsi on a :

$$\boxed{E_{tot} = \overline{E}_{cin} + \overline{E}_{pot} = 2\overline{E}_{cin} = \frac{1}{2}\, dm\, \omega^2 u_a^2}$$

Cette énergie est donc proportionnelle à la masse qu'elle fait osciller « dm », à sa pulsation² (ω) et donc sa fréquence ($\omega = 2\pi\upsilon$), ainsi qu'à son amplitude² (u_a)

On définit une intensité, comme une puissance passant par unité de surface. La puissance étant une énergie par unité de temps, on a donc l'intensité comme une unité d'énergie par unité de temps par unité de surface, on a donc :

$$\overline{I} = \frac{1}{S}\frac{d\overline{E}}{dt}$$

En considérant ε comme la densité volumique d'énergie moyenne ($\varepsilon = d\,\bar{E}/dV$), on obtient :

$$> \overline{I} = \frac{1}{S}\frac{d\overline{E}}{dt} = c\varepsilon \qquad \boxed{\Longrightarrow \overline{I} = c\,\frac{d\overline{E}}{dV}}$$

Pour un milieu de masse volumique ρ, faisant osciller une petite quantité dx, on a :

$$E_{tot} = \frac{1}{2}\rho S dx\, \omega^2 u_a^2$$

Et donc comme dV= S.dx, on a :

$$\boxed{\Longrightarrow \bar{I} = \frac{1}{2}\rho c\,\omega^2 u_a^2}$$

La puissance et l’intensité peuvent également s’exprimer en fonction d’une autre grandeur physique : l’impédance. L’impédance fait l’objet du 2), donnons simplement l’expression de l’intensité (et donc de la puissance car I = P/S) dans le cas d’une corde et dans le cas d’un son :

Pour une corde, on a :

$$I = \frac{P}{S} = \frac{Z}{S}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2$$

Pour une onde sonore on a :

$$I = \frac{P}{S} = Z_{son}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2$$

Remarque : il s’agit ici d’intensité instantanée, on travail en général avec des intensités moyenne, et la moyenne de $\sin^2$ ou $\cos^2$ noté $\langle \sin^2 \rangle = \langle \cos^2 \rangle = 1/2$.

On retrouve bien en dérivant l’expression de l’intensité moyenne :

$$\boxed{\Longrightarrow \bar{I} = \frac{1}{2}\rho c\,\omega^2 u_a^2}$$

L’intensité peut s’exprimer en fonction de l’amplitude de la pression : si on représentait la variation de la pression au passage d’une onde sonore, on s’apercevrait que l’onde provoque d’abord une surpression, puis ensuite une dépression. Pour visualiser la chose, les tranches d’air au passage de l’onde sont de plus en plus comprimé, comme un accordéon qui se comprime, on a une surpression, puis les tranches d’aires se décomprime, comme quant on relâche l’accordéon, puis se comprime et ainsi de suite jusqu’à atteindre la stabilité initial. L’amplitude de pression c’est la différence entre la surpression et la dépression au passage de l’onde. Ainsi on a pour une onde sonore :

$$\bar{I} = \frac{\delta p_a^2}{2Z_{son}}$$

Selon le type d'onde, l'intensité varie différemment en fonction de la distance r (distance à partir du centre d'émission de l'onde). On a :
Pour une onde plane rectiligne (c'est une onde à une dimension) :

$$\bar{I} = \frac{\bar{P}}{S} = cte \qquad \bar{I} \propto u_a^2 \qquad \Rightarrow u_a = cte$$

Pour une onde plane circulaire (onde a 2 dimensions) :

$$\Rightarrow \bar{I}(r) \propto 1/r \qquad \Rightarrow u_a \propto 1/\sqrt{r}$$

Pour une onde sphérique (onde à 3 dimensions) :

$$\Rightarrow \bar{I}(r) \propto \frac{1}{r^2} \qquad \Rightarrow u_a \propto \frac{1}{r}$$

Attention, ici ce n'est pas de la dissipation d'énergie, c'est juste lié à la forme géométrique de l'onde. En effet à 2 dimensions, par exemple, l'onde ne possède plus la même intensité **entre 2 points distant de r et r'**, car la forme géométrique impose une proportionnalité 1/r. Bien sûr, sans dissipation d'énergie, l'onde garde la même intensité moyenne globale.

2) Impédance

L'**impédance électrique** mesure l'opposition d'un circuit électrique au passage d'un courant alternatif sinusoïdal. Le concept d'impédance est une généralisation de la loi d'Ohm dans l'étude des circuits en courant alternatif. On peut par analogie, considérer que l'impédance d'une onde mesure l'opposition du milieu au passage de cette onde. Ainsi l'impédance dépendra du milieu, et de la vitesse de l'onde (logique, plus la vitesse est grande et plus cette opposition ou impédance sera grande).

L'impédance d'une corde se définit par :

$$\Rightarrow Z = \frac{T_0}{c} = \frac{\mu c^2}{c} = \mu c$$

L'impédance d'un son se définit par :

$$\Rightarrow Z_{son} = \rho_0 c$$

On remarque que les 2 formules se ressemblent beaucoup, sauf que pour la corde Z est proportionnel à sa densité linéique (en kg/m), car on considère la corde comme une ligne, alors que dans le cas d'un son, Z est proportionnel à la masse volumique du milieu (hors onde).

3) Niveau sonore et absorption

a) Niveau sonore

L'oreille humaine est sensible aux sons. On utilise pour cela une unité, le décibel, qui a été choisie ainsi parce que cela permet d'avoir des chiffres aisément manipulables, qui ne deviennent pas extrêmement grands ou petits, et parce que cette approche correspond mieux à ce que perçoit l'oreille humaine en termes de sensation sonore.

Ainsi le niveau sonore L s'exprime par :

$$L = 10 \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ en décibel, dB}$$

$$I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W\ m^{-2}} \text{ à } 10^{13}\ \mathrm{Hz}$$

Quelques petits pièges :

→On remarque que pour que L soit nul, il faut que $I = I_0$, donc L = 0 dB correspond au minimum que l'oreille humaine peut percevoir appelé seuil d'audibilité, et non au silence absolu.

→ Les dB ne s'ajoutent pas !!! Ce sont les intensités sonores qui s'ajoutent :

- si une personne crie à L = 50 dB, quel est le niveau sonore de 100 personnes? combinaison de sons incohérents

$$L' - L = 10 \log \frac{I'}{I} = 10 \log 100 = 20 \text{ dB}$$

$$L' = 50 + 20 = 70 \text{ dB}$$

Si les personnes cris à la même intensité, il est pratique de retenir cette formule :

$$L' - L = 10 \log \frac{I'}{I}$$

L' – L représente le nombre de décibels ajouté pour une nouvelle intensité I'.

b) Absorption :

Si l'on considère les pertes d'énergie, on s'aperçoit que l'onde perd en énergie, donc en puissance, donc en intensité, conséquence sensible à nos oreilles : le niveau sonore diminue.

Soit L_{abs}, la longueur caractéristique d'absorption, c'est la longueur pour laquelle, l'intensité initiale I_0 est divisé par environ 3 (par e = 2,71… pour être plus précis), on a :

$$I = I_0 e^{-x/L_{abs}}$$

4) Réflexion, réfraction

On connaît tous les lois de réfraction pour une onde lumineuse et de réflexion. Pour une onde se propageant dans un milieu A, rencontrant un milieu B, elle se comporte pareil, elle va donner (la plupart du temps) une onde réfléchie ainsi qu'une onde réfractée (ou transmise).

a) *réflexion :*

On définit des coefficients de réflexion de l'onde, en amplitude, si on souhaite connaître l'amplitude réfléchie, ou en intensité, si l'on souhaite connaître l'intensité de l'onde réfléchie, en fonctions des impédances des différents milieux . Ainsi on obtient 2 relations simples à utiliser :
Coefficient de réflexion en amplitude :

$$\frac{u_{ar}}{u_{ai}} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = r$$

Si l'on souhaite connaître l'amplitude de l'onde réfléchie, on Uar = r . Uai.

Coefficient de réflexion en intensité :

$$R = r^2 = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2$$

(R = Ir/Ii)

Si l'on souhaite connaître l'intensité de l'onde réfléchie, on a Ir = R . Ii

b) *transmission*

De la même manière, on définit des coefficients de transmission, pour connaître l'amplitude ou l'intensité de l'onde transmise :
Coefficient de transmission en amplitude :

$$\frac{u_{at}}{u_{ai}} = t = 1 + r$$

Coefficient de transmission en intensité :

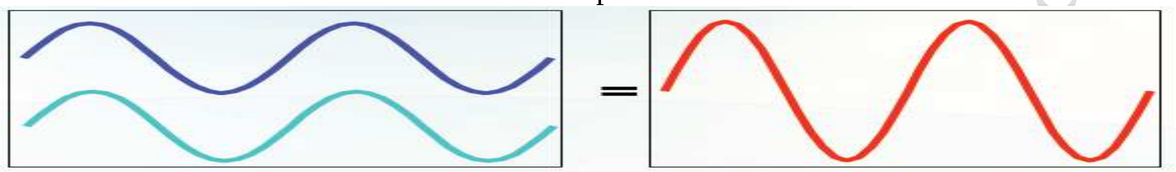
$$T = 1 - R = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

5) Interférences, ondes stationnaires, battements

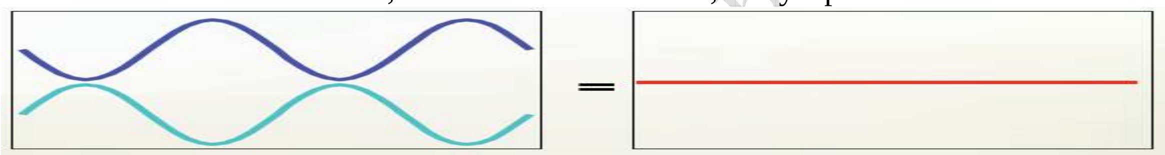
a) interférences

Lorsque plusieurs onde se rencontrent, elles vont s'additionner, l'onde résultante sera soit amplifié, soit diminuer, soit elle s'annule, c'est le phénomène des interférences.
Voici les 2 cas extrêmes :

→Si deux ondes (ou plus…), se rencontrent, et si elles sont en phase, c'est-à-dire, que leurs sommets de vibrations coïncident, alors on parlera d'interférences constructives : il en résulte une onde amplifiée :



→ Si deux ondes (ou plus), se rencontrent, et qu'elles sont en opposition de phase, c'est-à-dire que leurs sommets coïncident avec le minimum de l'autre, on a une interférence destructives, l'onde résultante est nul, il n'y a plus d'onde :



Entre ces deux cas extrêmes on a tous les cas intermédiaires possibles.

b) ondes stationnaires

Si maintenant deux ondes de même fréquence (donc de même période) se propagent dans la même direction de l'espace mais de sens opposé, on va apercevoir une onde résultante, qui donne l'impression de « vibrer sur place », c'est l'onde stationnaire. Cette onde stationnaire, n'est qu'un cas particuliers d'interférences, on la rencontre dans plusieurs cas de figures (instrument à vent, à corde, orbitales atomiques etc.…).
Voici un lien ou l'on peut visualiser la formation d'une onde stationnaire, ca aide à comprendre :

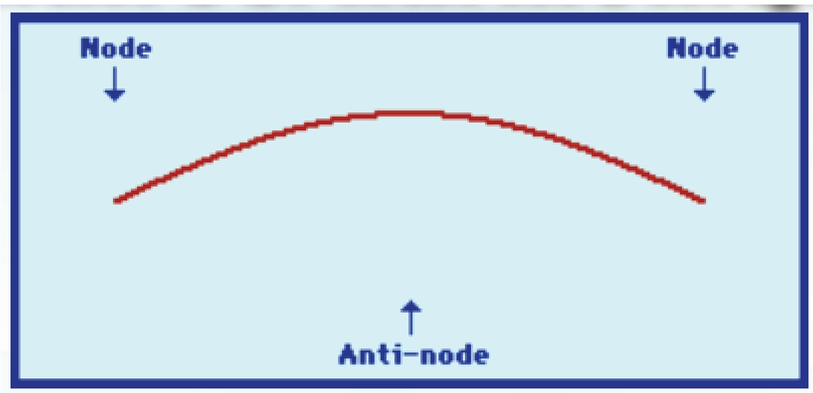
http://fr.wikipedia.org/wiki/Onde_stationnaire

L'expression mathématique d'une onde stationnaire est donc différente des autres, puisqu'elle ne se propage plus dans l'espace, les variables de temps et d'espace son séparées :

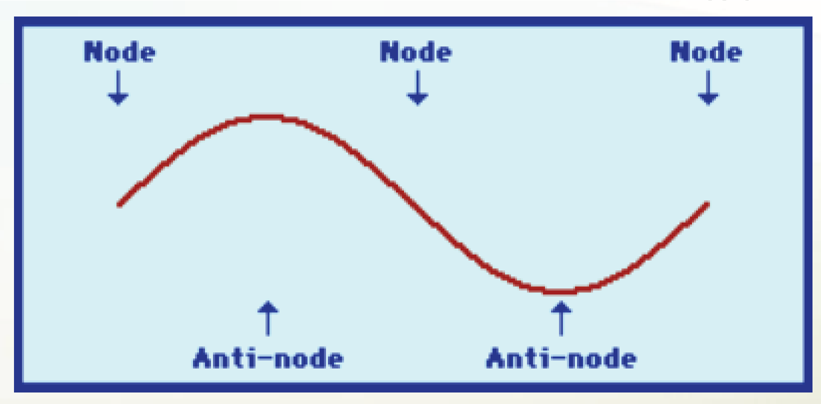
$$u = 2u_a \cos(kx)\cos(\omega t)$$

On remarque certains points singuliers dans une onde stationnaire, en effet certains points ne vibre plus, car leur positions dans l'espace correspond toujours a une interférence destructives, c'est un nœud.
On remarque que certains points seulement peuvent osciller jusqu'à l'amplitude maximal :ce sont les ventres. La longueur d'onde λ, est la distance entre 2 ventres (ou 2 nœuds).
On définit également le fuseau, comme la distance entre un ventre et un nœud, soit λ/2.

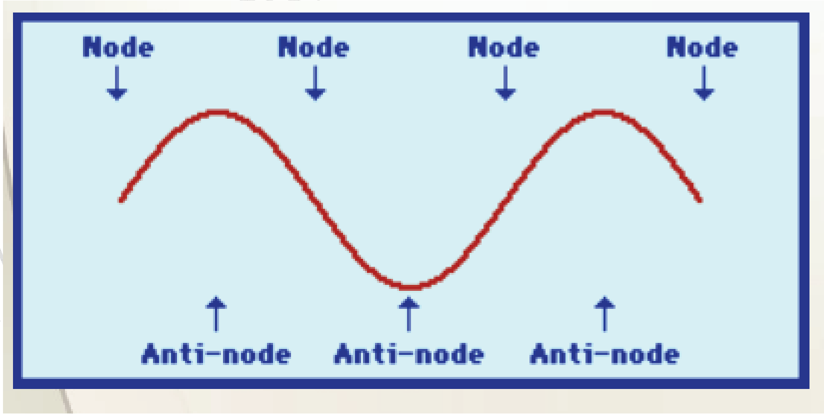
Pour une onde stationnaire fondamentale, on peut ajouter des harmoniques, il suffit de resserrer la distance entre 2 nœuds, elle est divisé a chaque fois par 2, par rapport à l'onde fondamentale, pour chaque harmonique.
Par exemple si notre onde stationnaire fondamentale à cette forme ci (node = nœud, anti node = ventre):



Alors sa première harmonique est de la forme :



L'harmonique suivante :



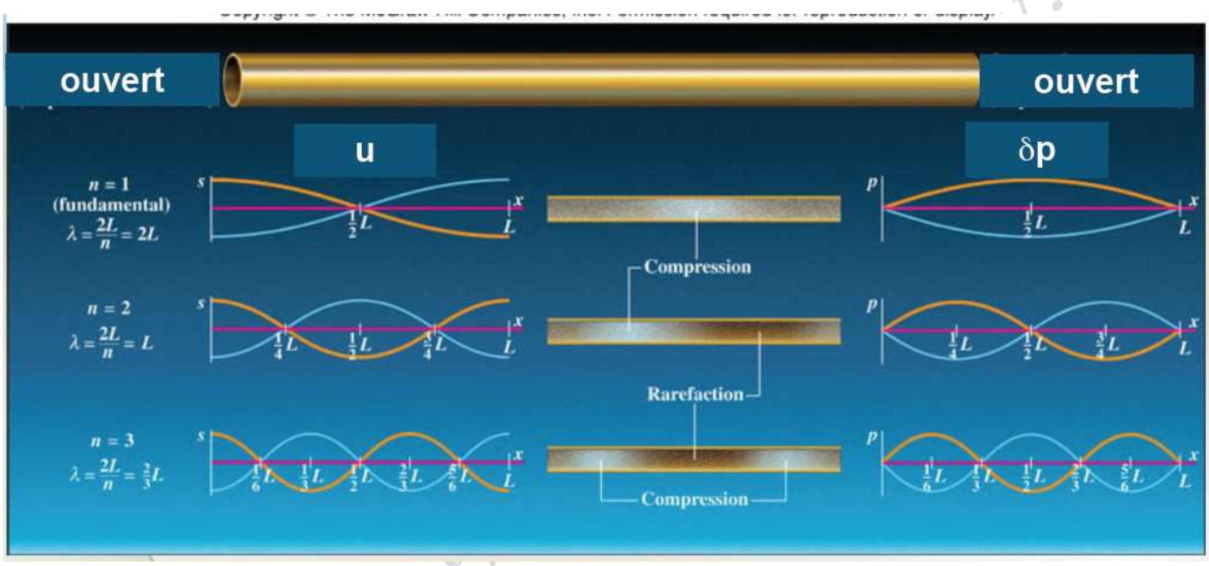
Et ainsi de suite…

Dans le cas des instruments à vent type flûte etc.… on a des ondes stationnaires, qui peuvent donner des harmoniques (c'est à ca que sert les petits trous dans la flûte, enfin je crois, je ne suis pas un flûteur !).Vieux jeu de mot bidon à part, selon que l'instrument soit fermé ou non dans une extrémité, on a une expression différentes pour trouver la longueur d'onde λ. On vous demandera dans les exos de construire l'onde stationnaire qui réside dans le tube, pour la première harmonique, la deuxième etc.…Pour tracé l'onde stationnaire, on doit connaître λ.
On pourra également de déduire la longueur du tuyau pour un λ de tant pour la sixième harmonique etc.…

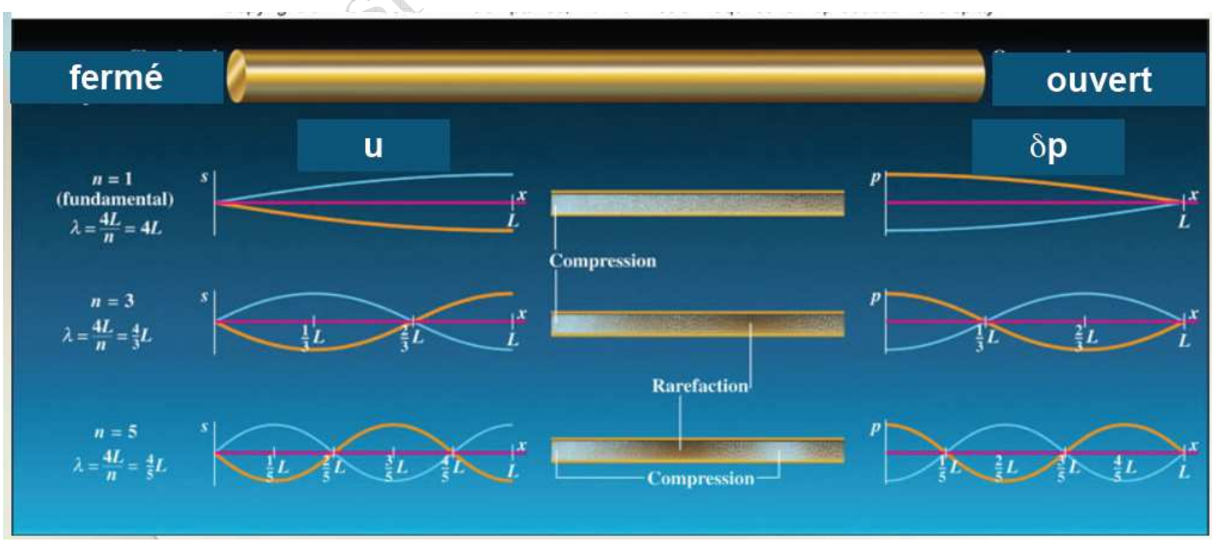
Pour la représentation graphique, 2 infos importantes :
- connaître l'expression de λ
- on a toujours un nœud de pression aux extrémités ouvertes, et une amplitude de déplacement maximal.(Logique, pour une extrémité ouverte, les molécules sont libres, le déplacement est alors maximale, par contre, comme il n'y a pas de paroi, il n'y a pas de pression, car la pression c'est la collision des molécules sur une paroi).

Les graphes qui suivent représentent les amplitudes de déplacement et de pressions selon que l'instrument à vent soit ouvert ou non aux 2 extrémités : (L= longueur du tuyau, n= le rang de l'harmonique) :

→ Instrument ouvert aux 2 extrémités : λ=2L/n

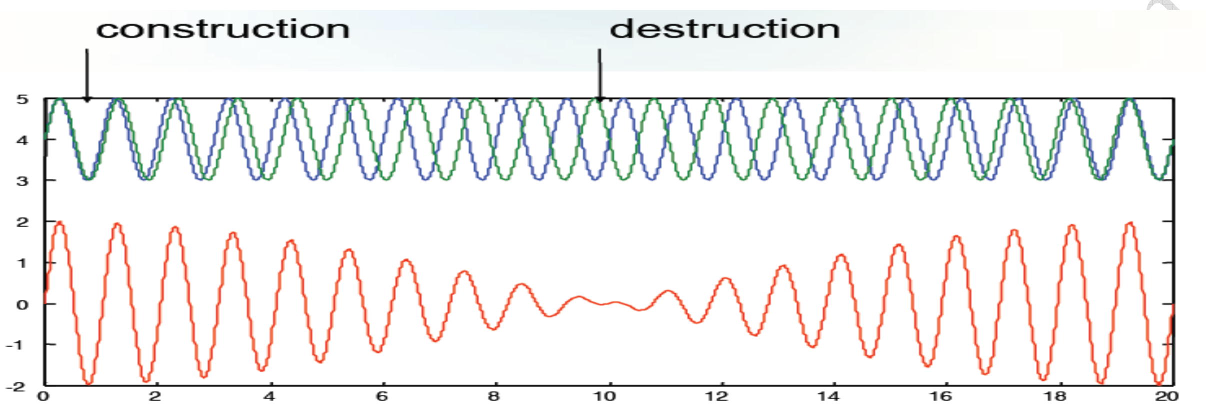


→ Instrument fermé à l'une des extrémités : λ=4L/n

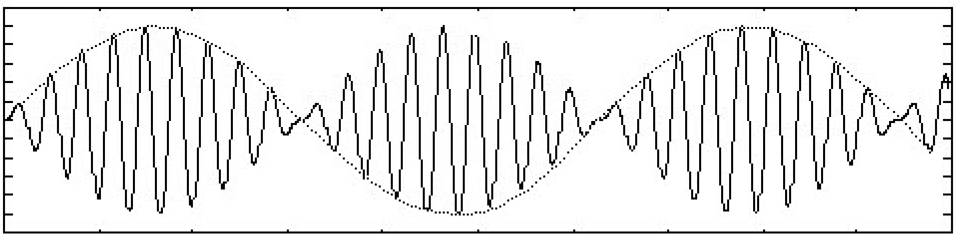


c) battements :

Si on superpose, deux ondes de fréquences voisines, qui se propage dans la même direction de l'espace, ainsi que dans le même sens, on s'aperçoit, que ces deux ondes, vont donner une série constructives, qui va de plus en plus s'affaiblir, car une des deux ondes aura une fréquence plus petites :c'est le phénomène des battements, c'est encore un cas particulier d'interférences.
L'interférence de l'onde bleue et verte, donnent l'onde rouge : la porteuse



On a aux 2 extrémités une interférence constructives « maximales », et au milieu une interférence destructives qui correspond à un point, entre ces deux cas extrême, on a toutes les recombinaisons d'ondes possibles.
On remarque qu'on peu tracer une onde, qui envelopperait l'onde résultante, en joignant tous les points d'amplitudes maximales comme dessiné ci-dessous par la courbe en pointillé, qui englobe la courbe noir :



La courbe en pointillé s'appelle « l'enveloppe »

L'expression de l'onde résultante s'écrit :

$$u = u_a\cos(\omega_1 t - k_1 x) + u_a\cos(\omega_2 t - k_2 x)$$
$$= 2u_a\cos\left[\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1-k_2}{2}\right)x\right]\cos\left[\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1+k_2}{2}\right)x\right]$$

6) Effet doppler :

Une personne est debout dans l'eau, au bord du rivage. Des vagues lui arrivent sur les pieds toutes les dix secondes. La personne marche, puis court en direction du large : elle va à la rencontre des vagues, celles-ci l'atteignent avec une fréquence plus élevée (par exemple toutes les huit secondes, puis toutes les cinq secondes). La personne fait alors demi-tour et marche puis court en direction de la plage ; les vagues l'atteignent avec une fréquence moins élevée, par exemple toutes les douze, puis quinze secondes.
De manière inverse, on peut imaginer une source mobile de vagues, par exemple un aéroglisseur dont le jet d'air génèrerait des vagues à une fréquence régulière. Si l'aéroglisseur se déplace dans une direction, alors les vagues sont plus resserrées vers l'avant du mouvement et plus espacées vers l'arrière du mouvement ; sur un lac fermé, les vagues frapperont la berge à des fréquences différentes
Les perceptions sont différentes selon que la source ou l'émetteur, ou même les 2 en même temps sont mobiles : c'est l'effet doppler.

L'effet Doppler se manifeste par exemple pour les ondes sonores dans la perception de la hauteur du son d'un moteur de voiture, ou de la sirène d'un véhicule d'urgence. Le son est différent selon que l'on est dans le véhicule (l'émetteur est immobile par rapport au récepteur), que le véhicule se rapproche du récepteur (le son devient plus aigu) ou qu'il s'éloigne (le son devient plus grave).
Tout le problème est donc de déterminer les différentes fréquences. On peut aussi mesurer des vitesses, si on connaît les fréquences des ondes que l'on envoi, ainsi que l'angle d'incidence (c'est le principe des radars de la gendarmerie nationale, radar fixe, ou encore la mesure de la vitesse sanguines dans le domaine médicale…)

a) effet doppler sonore :

Peut importe que la source soit en mouvement par rapport à l'émetteur, ou l'inverse, on aura toujours la même expression :

$$\boxed{\frac{\nu_R}{\nu_S} = \frac{T_S}{T_R} = \frac{1 - \frac{v_R}{c}\cos\theta_R}{1 - \frac{v_S}{c}\cos\theta_S}}$$

Avec :

- vitesse de la source $v_S << c$
- vitesse du récepteur $v_R << c$
- angles toujours à prendre du sens de propagation c vers les vecteurs vitesse $\theta = (\vec{c}, \vec{v})$

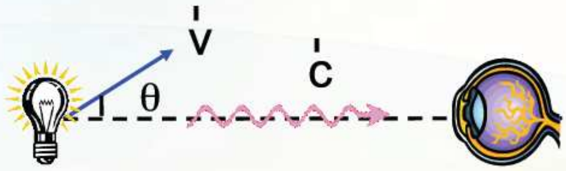
b) effet doppler lumineux :

Ici on a des expressions différentes selon que la source soit mobile ou le récepteur :

effet Doppler lumineux

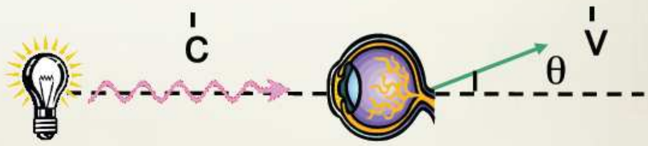
- effets relativistes
- source en mvt % observateur fixe (vitesse relative v)

$$\boxed{\frac{\nu_R}{\nu_S} = \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c}\cos\theta}}$$



- observateur en mvt % source fixe (vitesse relative v)

$$\boxed{\frac{\nu_R}{\nu_S} = \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c}\cos(\pi-\theta)}}$$



- dans les deux cas: angle θ entre les vecteurs c et v

$$\theta = (\vec{c}, \vec{v})$$