


Université Paris 7 - Denis Diderot
U.F.R. de Médecine

P.C.E.M. 1

Année Universitaire 2007–2008

Travaux dirigés de Biostatistique Probabilités

Conventions:

- Tous les calculs peuvent être faits sans calculatrice, sauf lorsque l'icône  apparaît en marge
- Pour les calculs, on pourra toujours arrondir 1,96 par 2
- On arrondira les pourcentages à l'entier le plus proche (ex: $0,4826 = 48\%$), sauf dans les cas explicitement précisés

TD1: cours 1 et 2

Exercice 1.

QCM 1 On s'intéresse à l'état de santé des femmes françaises. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - l'ensemble des femmes françaises constitue la population d'étude
- b - les femmes françaises nées entre 1960 et 1965 constituent un échantillon
- c - les femmes françaises diabétiques constituent un échantillon représentatif
- d - on peut considérer en pratique que prendre les femmes françaises nées entre 1960 et 1965 revient à constituer un échantillon par tirage au sort
- e - une population peut être constituée d'un nombre fini de sujets

Exercice 2.

QCM 2 Dans l'exercice suivant, le terme "variable" est simplement utilisé pour désigner le résultat d'une expérience aléatoire. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - le taux de glucose dans le sang est une variable quantitative continue
- b - le taux de glucose dans le sang partitionné en moins de 1 g/L et plus de 1 g/L est une variable quantitative discrète
- c - le nombre de grossesses est une variable qualitative ordinale
- d - l'intensité de la douleur mesurée sur l'échelle suivante: 0 = pas de douleur, + = douleur minime, ++ = douleur moyenne, +++ = douleur intense, est une donnée qualitative ordinale
- e - l'intensité de la douleur mesurée sur l'échelle suivante: 0 = pas de douleur, 1 = douleur minime, 2 = douleur moyenne, 3 = douleur intense, est une donnée quantitative discrète

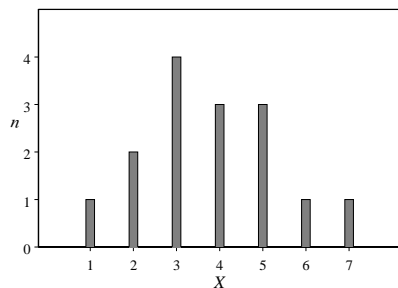
Exercice 3. Soit la distribution du nombre d'otites présentées au cours de la dernière année chez 15 enfants. On donne $57^2 = 3249$ et $15 \times 253 = 3795$

Nombre d'otites	1	2	3	4	5	6	7
n	1	2	4	3	3	1	1

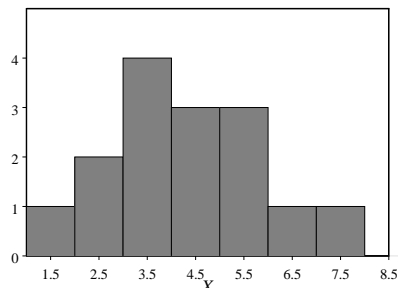
QCM 3 Parmi les propositions suivantes concernant la distribution du nombre d'otites, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - le nombre médian d'otites est 4
- b - le mode de cette distribution est 4
- c - la variance expérimentale est supérieure à 10
- d - la variance expérimentale est comprise entre 2 et 10
- e - la variance expérimentale est comprise entre 0,5 et 2

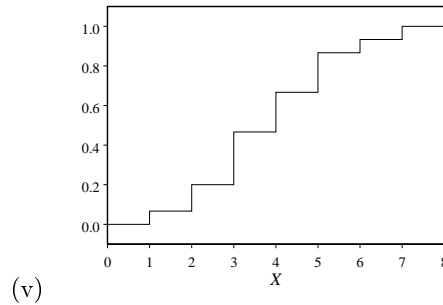
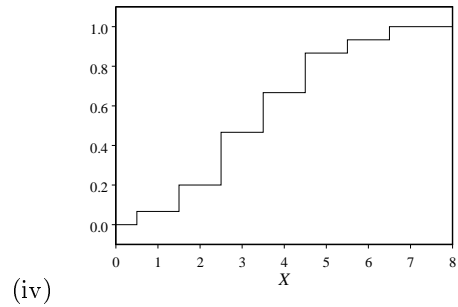
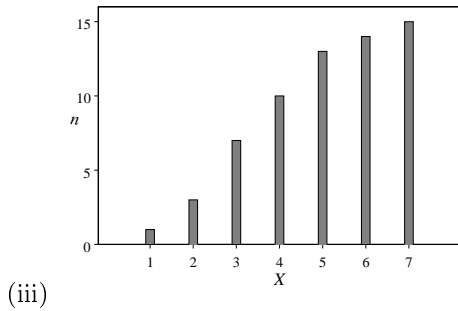
QCM 4 Soit X la variable aléatoire nombre d'otites, dont la distribution est donnée ci-dessus. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?



(i)



(ii)



- a - (i) est une représentation graphique adéquate de la distribution de X
- b - (ii) est une représentation graphique adéquate de la distribution de X
- c - (iii) est une représentation graphique adéquate de la fonction de répartition de X
- d - (iv) est une représentation graphique adéquate de la fonction de répartition de X
- e - (v) est une représentation graphique adéquate de la fonction de répartition de X

Exercice 4. Cinq pièces bien équilibrées et 2 dés non pipés sont jetés simultanément. Le score pour le lancer d'une pièce vaut 1 si pile et 0 si face. Le score pour le lancer d'un dé est égal au chiffre qui sort sur le dé. L'expérience consiste d'une part à additionner les scores des 5 pièces (X_1) et, d'autre part à additionner les scores des 2 dés (X_2).

QCM 5 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - obtenir un score de 5 au jeté des 5 pièces et un score supérieur à 9 au lancer des deux dés est un événement de cette expérience aléatoire
- b - le score obtenu au jeté des 5 pièces suit une loi binomiale de paramètres $(5 ; 1/2)$
- c - la probabilité d'obtenir 5 au jeté des 2 dés est $1/9$
- d - la moyenne du score au jeté des 2 dés est 7
- e - la variance du score au jeté des 5 pièces est $5/2$

QCM 6 Soit Z la différence des scores sur les pièces et sur les dés ($Z = X_1 - X_2$). Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - la moyenne de Z est égale à environ $9/2$
- b - la moyenne de Z est égale à environ $-9/2$
- c - la variance de Z ne peut être calculée car on ne connaît pas la covariance de X_1, X_2
- d - $\text{Var}(Z) = \text{Var}(X_1) - \text{Var}(X_2)$
- e - $\text{Var}(Z) = \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2)$

Exercice 5. Avant la réforme du concours de l'internat intervenue en 2004, la population d'étudiants en médecine a été classée en fonction de l'âge (âge inférieur à 22 ans = événement A) et de son attitude face au maintien du concours de l'internat (pour le concours = événement I). On obtient le tableau suivant:

	Pour le concours (I)	Contre le concours
Moins de 22 ans (A)	7,8%	32,2 %
Plus de 22 ans	18,2%	41,8 %

QCM 7 La probabilité pour qu'un étudiant en médecine choisi au hasard soit pour le concours de l'internat est:

- a - comprise entre 0 et 0,20
- b - comprise entre 0,20 et 0,40
- c - comprise entre 0,40 et 0,60
- d - comprise entre 0,60 et 0,80
- e - comprise entre 0,80 et 1

QCM 8 La probabilité pour qu'un étudiant en médecine âgé de moins de 22 ans soit pour le concours de l'internat est:

- a - comprise entre 0 et 0,10
- b - comprise entre 0,10 et 0,20
- c - comprise entre 0,20 et 0,30
- d - comprise entre 0,30 et 0,40
- e - comprise entre 0,40 et 0,50

QCM 9 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - A et I sont incompatibles
- b - A et I sont indépendants
- c - $P(A) = P(A \cup I) - P(I)$
- d - $P(A) = P(A \cap I) + P(A \cup I) - P(I)$
- e - $P(I) = P(\bar{A} \cap I) + P(A) - P(A \cap \bar{I})$

Exercice 6. On s'intéresse à la prévention des fractures ostéoporotiques chez les femmes ménopausées. Pour cela, on mesure la densité minérale osseuse (DMO) au niveau de la hanche chez 20 patientes n'ayant pas eu de fracture et 20 patientes ayant eu une fracture. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

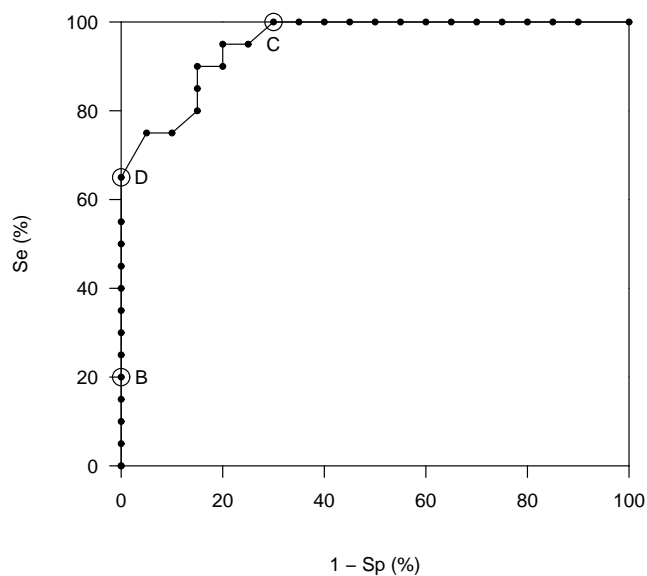
sans fracture	avec fracture
0,631	0,527
0,637	0,554
0,639	0,564
0,655	0,569
0,659	0,574
0,660	0,588
0,666	0,589
0,667	0,597
0,669	0,600
0,679	0,611
0,682	0,626
0,688	0,628
0,692	0,628
0,696	0,631
0,697	0,631
0,698	0,639
0,699	0,640
0,701	0,654
0,703	0,658
0,703	0,660

QCM 10 Quelle(s) proposition(s) est (sont) vraie(s)?

- a - si le seuil diagnostique est fixé à 0,640 (risque de fracture si la valeur mesurée est strictement inférieure à 0,640), la sensibilité du test diagnostique est de 90%
- b - pour le même seuil, la spécificité du test est de 85%
- c - pour le même seuil, la valeur prédictive négative du test appliqué au dépistage d'une population où 10% des femmes ménopausées ont des fractures ostéoporotiques est inférieure à 40%

- d - dans cette population de prévalence 10%, si une patiente a une DMO au moins égale à 0,640, la probabilité pour qu'elle ait une fracture est comprise entre 2% et 5%
- e - si le seuil est fixé à 0,630, il n'est plus possible de calculer la spécificité

QCM 11 A partir des données précédentes, on a tracé la courbe des sensibilités en fonction des 1 - spécificités (dite courbe ROC). Quelle(s) proposition(s) est (sont) vraie(s)?



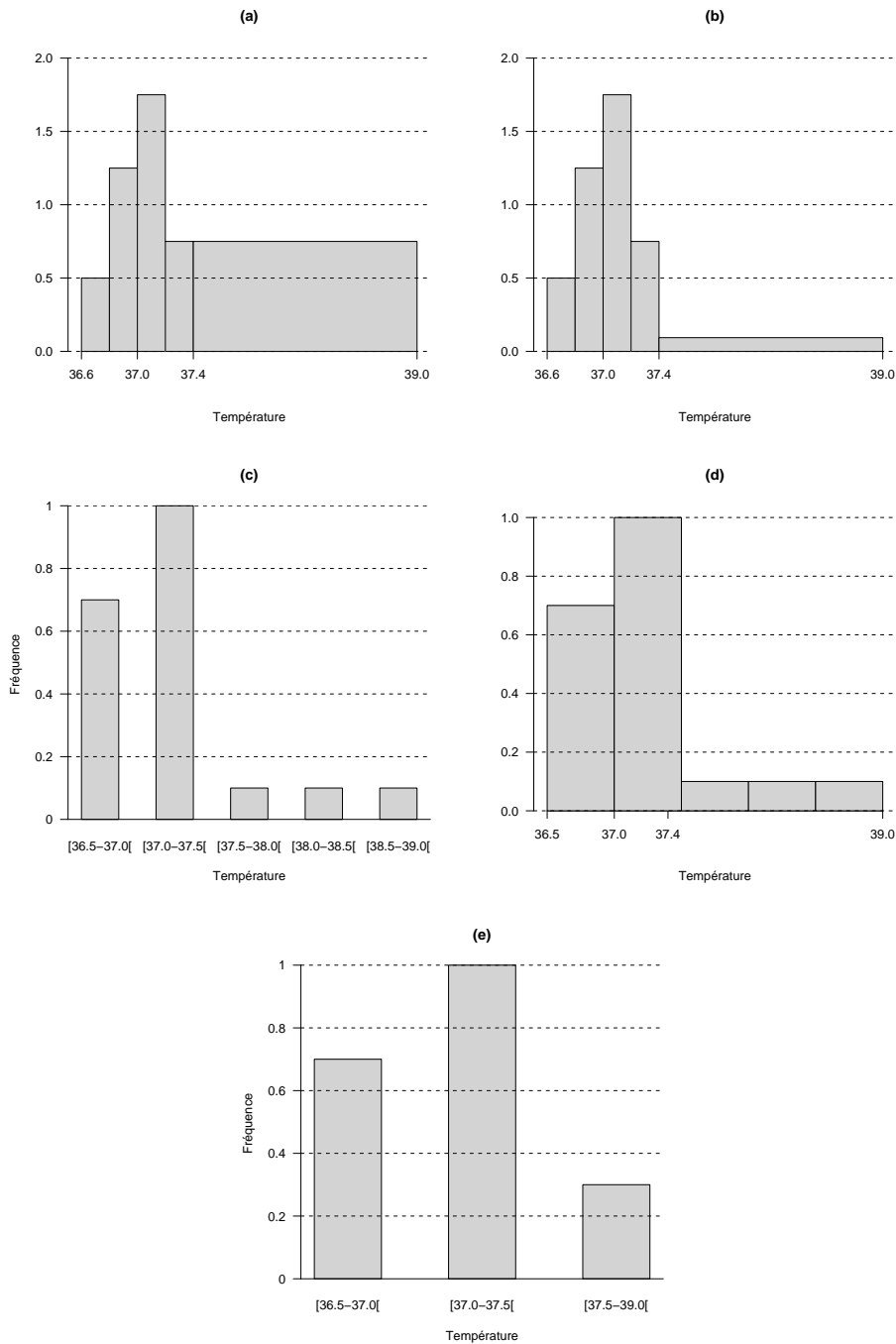
- a - en se reportant aux données du tableau précédent, on peut retrouver un seuil correspondant au point C
- b - la courbe ROC dépend de la prévalence de la maladie
- c - si la prévalence de la maladie étudiée est 10%, la valeur prédictive positive du test est plus élevée au point C qu'au point D
- d - quelle que soit la prévalence, la valeur prédictive positive du test au point C est inférieure ou égale à la valeur prédictive positive du test au point D
- e - les points B et D sont équivalents du point de vue diagnostique

TD2: cours 3 et 4

Exercice 1. On mesure la température chez 20 sujets d'un service de médecine interne. Les résultats sont les suivants:

$36^{\circ}6$ $36^{\circ}7$ $36^{\circ}8$ $36^{\circ}8$ $36^{\circ}9$ $36^{\circ}9$ $36^{\circ}9$ $37^{\circ}0$ $37^{\circ}0$ $37^{\circ}0$
 $37^{\circ}0$ $37^{\circ}1$ $37^{\circ}1$ $37^{\circ}1$ $37^{\circ}2$ $37^{\circ}2$ $37^{\circ}3$ $37^{\circ}5$ $38^{\circ}0$ $38^{\circ}9$

QCM 1 Laquelle (lesquelles) de ces figure(s) pourrai(en)t correspondre à un histogramme de la température de ces patients?



QCM 2 On choisit un intervalle de $0^{\circ}2$ à partir de la plus petite valeur de température mesurée, pour déterminer les classes de l'historgramme. Quelle(s) est (sont) la (les) proposition(s) vraie(s)?

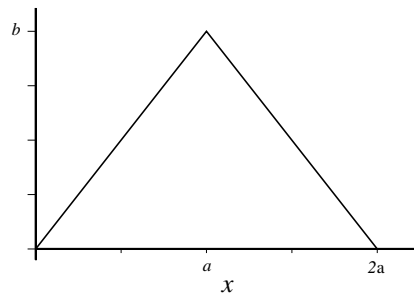
- a - il n'y a pas assez de données pour pouvoir connaître la classe modale de la distribution
- b - la classe modale de la distribution est l'intervalle $[37^{\circ}0 - 37^{\circ}2[$

- c - la distribution est asymétrique à droite
- d - la distribution est asymétrique à gauche
- e - si l'on change la largeur de classe de l'histogramme, son allure peut être modifiée

QCM 3 Concernant de la distribution de la température chez ces vingt sujets, quelle(s) est (sont) la (les) proposition(s) vraie(s)? On donne $\sum x_i = 743$, $743^2 = 552049$ et $\sum x_i^2 = 27607,42$.

- a - la moyenne est $37^{\circ}2$ (à $0^{\circ}1$ près)
- b - la médiane est $37^{\circ}0$ (à $0^{\circ}1$ près)
- c - l'étendue est égale à $2^{\circ}5$
- d - l'écart-type est $0^{\circ}25$ (à $0^{\circ}05$ près)
- e - si on ajoute la valeur $36^{\circ}5$ dans les données, la médiane reste inchangée

Exercice 2. Soit une variable aléatoire X de densité de probabilité $f(x)$ définie de la manière suivante:



On donne de plus $E(X) = 3$ et $\text{Var}(X) = 1,5$.

QCM 4 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - $a = 2$
- b - $a = 3$
- c - $a = 4$
- d - $b = 3$
- e - $a \times b = 1$


QCM 5 Soit Y la variable aléatoire définie par $Y = 2X^2 - 3$. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - $E(Y) = 39$
- b - $E(Y) = 18$
- c - $E(Y) = 0$
- d - $\text{Var}(Y) = 16\text{Var}(X)$
- e - $\text{Var}(Y) = 4\text{Var}(X^2)$

Exercice 3. La douleur est mesurée sur une échelle continue bornée par 0 (absence de douleur) et 100 (douleur maximale). On suppose que la variable aléatoire X associée à la mesure de la douleur suit une loi uniforme sur $[0; 100]$.

QCM 6 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - la fonction de densité de X est une fonction croissante
- b - $P(X = 20) = 1/20$
- c - $P(0 < X < 20) = 1/20$
- d - $E(X) = 0,5$
- e - $F(100) = 1$

 **Exercice 4.** On s'intéresse à la probabilité que 2 étudiants exactement, pris dans un amphithéâtre de 600 étudiants, aient leur anniversaire un jour donné. On supposera que les dates de naissance sont indépendantes et que leur répartition sur l'année (365 jours) est uniforme.

QCM 7 Calculer cette probabilité à partir de la loi binomiale (probabilité exacte); elle est:

- a - comprise entre 0 et 0,1
- b - comprise entre 0,1 et 0,2
- c - comprise entre 0,2 et 0,3
- d - comprise entre 0,3 et 0,4
- e - comprise entre 0,4 et 0,5

QCM 8 Calculer cette même probabilité en supposant que le nombre d'anniversaires un jour donné suit une loi de Poisson de paramètre $600 \times (1/365) = 1,6438$; cette probabilité est:

- a - comprise entre 0 et 0,1
- b - comprise entre 0,1 et 0,2
- c - comprise entre 0,2 et 0,3
- d - comprise entre 0,3 et 0,4
- e - identique à celle calculée en utilisant la loi binomiale au 1/1000ème près

Exercice 5. Le délai entre le traitement et la rechute d'un certain cancer suit une loi exponentielle de paramètre λ inconnu. Cinquante pourcent des patients rechutent dans un délai de 693 jours.

QCM 9 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - $\lambda \simeq 1000$ jours
- b - l'espérance du délai de rechute vaut environ 1000 jours
- c - 100% des malades auront rechuté avant 1386 ($= 693 \times 2$) jours
- d - 75% des malades auront rechuté avant 1386 jours
- e - 50% des malades n'ayant pas rechuté à 693 jours rechuteront avant 1386 jours

Exercice 6. On suppose que, dans une certaine population, le poids des hommes (en kg) suit une loi Normale de moyenne 75 et de variance 100, et que celui des femmes suit une loi Normale de moyenne 60 et de variance 44. On apparie chaque femme et chaque homme indépendamment de leur poids respectifs.

QCM 10 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - la probabilité que, dans un couple, la différence de poids dépasse 15 kg est exactement 50%
- b - la probabilité que, dans un couple, la différence de poids dépasse 30 kg est strictement supérieure à 10%
- c - la probabilité que, dans un couple, la femme soit plus lourde que l'homme est inférieure ou égale à 10%
- d - la probabilité que, dans un couple, l'un des deux soit plus lourd que l'autre est inférieure à 83%
- e - sachant que la différence de poids dans un couple dépasse 15 kg, la probabilité que ce soit la femme la plus lourde est comprise entre 1% et 1,5%

TD3: cours 5 et révisions

Exercice 1. Le nombre de plaquettes (en Giga/L de sang) peut être considéré comme une variable aléatoire gaussienne de moyenne 300 et d'écart type 75.

QCM 1 La probabilité que le nombre de plaquettes d'un sujet ne soit pas compris entre 225 et 375 appartient à l'intervalle:

- a - $[0,1; 0,2[$
- b - $[0,2; 0,3[$
- c - $[0,3; 0,4[$
- d - $[0,4; 0,5[$
- e - $[0,5; 0,6[$

QCM 2 On peut considérer que, dans la population (à 1% près) :

- a - 95% des individus ont un nombre de plaquettes compris entre 150 et 450
- b - 95% des individus ont un nombre de plaquettes compris entre 175 et 425
- c - 95% des individus ont un nombre de plaquettes compris entre 175 et 525
- d - 90% des individus ont un nombre de plaquettes compris entre 150 et 450
- e - 90% des individus ont un nombre de plaquettes compris entre 175 et 425

QCM 3 On tire au sort 100 personnes dans la population. On appelle M_{100} la moyenne des nombres de plaquettes de ces 100 sujets. Quelle(s) proposition(s) est (sont) vraie(s)?

- a - M_{100} est une variable aléatoire
- b - $M_{100} = 300$ Giga/L
- c - l'espérance de M_{100} est égale à 300 Giga/L
- d - il faudrait supposer que le nombre de plaquettes suit une loi Normale pour calculer l'intervalle de pari de M_{100}
- e - l'intervalle de pari à 95% de M_{100} est $[292,5; 307,5]$

QCM 4 La taille n de l'échantillon qu'il faudrait tirer au sort pour que l'intervalle de fluctuation au risque de 5% de M_n ait une largeur de 10 est:

- a - environ 34
- b - environ 100
- c - environ 300
- d - environ 900
- e - environ 1200

Exercice 2. On peut considérer que, dans une certaine population, 3% des enfants ont un QI supérieur à 150.

QCM 5 On tire au sort un échantillon de taille $n = 60$ dans cette population. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - la probabilité que deux enfants aient un QI supérieur à 150 dans cette population est exactement $C_{60}^2 \times 0,03^2$
- b - la probabilité que deux enfants aient un QI supérieur à 150 dans cette population est exactement $C_{60}^2 \times 0,03^2 \times 0,97^{58}$
- c - la probabilité que deux enfants aient un QI supérieur à 150 dans cette population peut être approximée par $1,8^2 e^{-1,8} / 2!$
- d - la probabilité que deux enfants au plus aient un QI supérieur à 150 dans cette population est inférieure à 0,270
- e - la probabilité que deux enfants au plus aient un QI supérieur à 150 dans cette population est inférieure à 0,732

- QCM 6** On tire au sort un échantillon de taille $n = 300$ dans cette population. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?
- a - on sait qu'il y aura 9 enfants avec un QI supérieur à 150
 - b - on peut s'attendre à ce que 9 enfants aient un QI supérieur à 150
 - c - les conditions de validité du calcul de l'intervalle de pari à 95% de la proportion d'enfants avec un QI supérieur à 150 ne sont pas vérifiées
 - d - l'intervalle de pari à 95% de la proportion d'enfants avec un QI supérieur à 150 est environ $[0,01; 0,05]$
 - e - il n'est pas possible que 15 enfants ou plus aient un QI supérieur à 150

Révisions de probabilités

Exercice 3.

- QCM 7** On considère la fonction suivante: $f(x) = kx$ si $0 < x < 2$ et $f(x) = 0$ ailleurs. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?
- a - c'est une fonction de densité pour $k = 1/2$
 - b - soit X une variable aléatoire qui admet f pour densité, $P(X > 0,5)$ vaut 0,94 (à 0,01 près)
 - c - $P(X = 1) = 0$
 - d - $E(X) = 4/3$
 - e - la distribution de X est symétrique

Exercice 4. Dans une cage de 30 souris, 20 sont blanches et 10 sont grises. La médiane de survie des souris blanches auxquelles on injecte un lot de cellules cancéreuses est de 5 mois et celle des souris grises de 7 mois. On suppose que la survie des souris suit une loi exponentielle.

QCM 8 Quelle(s) est (sont) la (les) proposition(s) vraie(s)?

- a - la moyenne de survie des souris grises est environ de 10 mois
- b - la moyenne de survie des souris grises est environ de 5 mois
- c - la probabilité qu'une souris grise soit vivante à 5 mois est supérieure à 0,6
- d - la probabilité qu'une souris blanche, vivante à 5 mois, décède avant la fin du 10^{ème} mois est 0,25
- e - la probabilité qu'une souris blanche, vivante à 5 mois, décède avant la fin du 10^{ème} mois est 0,5

QCM 9 Au bout de 5 mois, la probabilité qu'une souris prise au hasard dans la cage soit blanche est environ de:

- a - $1/4$
- b - $1/3$
- c - $1/2$
- d - $5/4$
- e - $5/8$

Exercice 5. On répartit au hasard uniforme 22 balles identiques dans 120 boîtes.



QCM 10 La probabilité qu'aucune boîte ne contienne plus d'une balle appartient à l'intervalle

- a - $[0; 0,01[$
- b - $[0,01; 0,05[$
- c - $[0,05; 0,1[$
- d - $[0,1; 0,2[$
- e - $[0,2; 1]$

- QCM 11** Dans un service de transplantation rénale il y a eu 22 transplantations sur une période de 120 jours, dont deux le même jour, ce qui a posé un certain nombre de problèmes organisationnels. La surveillante du service a temporisé en affirmant que cette situation avait peu de chances de se reproduire. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s) ?
- a - on attendait en moyenne $22/120 (\simeq 0,18)$ transplantations par jour sur cette période
 - b - elle a raison parce que la probabilité d'observer deux transplantations le même jour sur cette période est $0,034 (= (22/120)^2)$
 - c - la probabilité d'observer au moins deux transplantations le même jour sur cette période était bien inférieure à 5%
 - d - la probabilité d'observer au moins deux transplantations le même jour sur cette période était comprise entre 10% et 20%
 - e - la probabilité d'observer au moins deux transplantations le même jour sur cette période était supérieure à 50%

Exercices supplémentaires (et réponses)

Les exercices suivants sont tirés des sujets de concours blanc des années précédentes

Exercice 1. Carter et Benton passent le concours de P1 cette année. Il y a **666 candidats** et **toutes les tables sont numérotées de 1 à 666**. On suppose que les places sont attribuées par tirage au sort : chaque étudiant tire dans une urne **sans remise** un des 666 billets **numérotés de 1 à 666** correspondant à sa table.

QCM 1 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La probabilité que Carter ait un numéro de table commençant par 1 est $1/6$
- b - La probabilité que Carter ait un numéro de table commençant par 1 si 111 étudiants ne se présentent pas est $1/5$
- c - La probabilité que Carter et Benton aient un numéro de table commençant par 1 tout les deux, est exactement de $1/36$
- d - La probabilité que Carter ait un numéro de table commençant par 1 et que Benton ait un numéro commençant par 3 est proche de $1/36$
- e - La probabilité que Carter tombe sur son numéro fétiche qui est 13 est inférieure à 2×10^{-3}

QCM 2 25% des étudiants de P1 ont les yeux bleus et 50% des étudiants de P1 ont une taille supérieure à 1m65. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - Sachant que Carter est à la table 13 et a les yeux bleus, son voisin à la table 14 n'a pas les yeux bleus
- b - La probabilité pour qu'un étudiant pris au hasard ait les yeux bleus et une taille supérieure à 1m65 pourrait être égale à 0,20
- c - La probabilité pour qu'un étudiant pris au hasard ait les yeux bleus et une taille supérieure à 1m65 est forcément égale à 0,125
- d - La probabilité pour qu'un étudiant pris au hasard ait les yeux bleus et un numéro de table commençant par 2 est comprise entre 0,04 et 0,05
- e - La taille moyenne des étudiants de P1 est 1m65

QCM 3 Le Dr Green, qui souhaite faire une étude sur la taille des étudiants en P1, a relevé la taille de chaque étudiant. On considère la taille comme une valeur aléatoire X . On donne $\sum \mathbf{x}_i = 1110$ et $(\sum \mathbf{x}_i)^2 = 1232100$. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La taille moyenne est 1m67 à 10^{-2} près
- b - La variance de X est 0,4
- c - Sachant que $\sqrt{1847} \approx 43$, 1847 ne peut être considérée comme une valeur possible de la variance.
- d - On ne peut pas calculer la variance de X avec les informations fournies
- e - X est une variable quantitative

QCM 4 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La médiane de X est 1m65
- b - Si F est la fonction de répartition de X , $F(1m67) = 0,5$
- c - La distribution de X est symétrique
- d - En supposant la distribution de X unimodale, la distribution de X est asymétrique à droite
- e - On ne peut pas répondre car on ne connaît pas l'écart-type de X

QCM 5 Au cours de son relevé, le Dr Green constate que 444 étudiants ont les yeux bleus ou une taille supérieure à 1m65. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La probabilité pour qu'un étudiant pris au hasard ait les yeux bleus sachant qu'il a une taille supérieure à 1m65 est $1/6$
- b - La probabilité pour qu'un étudiant pris au hasard ait les yeux bleus sachant qu'il a une taille supérieure à 1m65 est $1/12$
- c - Les événements avoir les yeux bleus et avoir une taille supérieure à 1m65 sont indépendants.
- d - La probabilité pour qu'un étudiant pris au hasard n'ait pas les yeux bleus est 0,75
- e - La probabilité pour qu'un étudiant pris au hasard ait les yeux bleus et n'ait pas une taille supérieure à 1m65 est $1/6$

Exercice 2. Après avoir assisté au cours de biostatistiques **12 étudiants** se précipitent chez W. pour acheter des croissants, il n'en reste malheureusement que **4**. W. propose de tirer au sort l'attribution des croissants. Il inscrit le nom de chaque étudiant sur un billet et place les billets dans une urne. Il effectue alors **un tirage sans remise** de 4 billets; les étudiants ainsi sélectionnés reçoivent 1 croissant.

QCM 6 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La probabilité pour un étudiant d'obtenir un croissant est $1/3$.
- b - Lorsque les deux premiers croissants auront été attribués à deux étudiants, les autres auront alors une probabilité d'obtenir un croissant de $1/3$
- c - Lorsque les deux premiers croissants auront été attribués à deux étudiants, les autres auront alors une probabilité d'obtenir un croissant de $0,2$
- d - La probabilité pour que deux étudiants donnés aient tous les deux un croissant est $1/11$
- e - La probabilité pour que deux étudiants donnés aient tous les deux un croissant est $1/9$

QCM 7 Devant cette situation **un groupe de 3 étudiants** décident de partager le nombre de croissants obtenus. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La probabilité pour que le groupe obtienne deux croissants est $12/55$
- b - La probabilité pour que le groupe obtienne un croissant est $6/55$
- c - La probabilité pour que le groupe n'obtienne aucun croissant est $14/55$
- d - La probabilité pour que le groupe n'obtienne aucun croissant ne peut être déterminée
- e - La probabilité pour que le groupe obtienne au moins un croissant est inférieure à $0,8$

QCM 8 Soit X la variable aléatoire correspondant à la quantité de croissant que peut obtenir **un des individus** du groupe de 3 étudiants qui le partage. On donne certaines valeurs de la loi de X : $P(X = 0) = 14/55$, $P(X = 1/3) = 28/55$, $P(X = 1) = 1/55$. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - X est une variable aléatoire continue
- b - L'espérance de X est $1/3$
- c - La médiane de X est $1/3$
- d - La variance de X est $10/165$
- e - $\sum_X P(X) = 1$

QCM 9 Soit F la fonction de répartition de la variable aléatoire X . Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La fonction F est croissante
- b - $F(0) = 0$
- c - $F(0) = 14/55$
- d - $F(20) = 1$
- e - $F(20)$ n'est pas défini

QCM 10 Soit A et B deux événements possibles après le tirage au sort de la question QCM 6. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - Si A et B sont des événements incompatibles et non nuls, alors A et B ne sont pas des événements indépendants
- b - Si $P(A \cap B) = P(A \cap \bar{B})$, alors $P(B|A) = 0,5$
- c - Si $P(A) = P(B)$, alors A et B sont des événements indépendants
- d - $P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)}P(A|B)$
- e - $P(B|A) = \frac{P(A)}{P(B)}P(A|B)$

Exercice 3. Une échelle est utilisée pour évaluer la douleur chez des patients se présentant aux urgences traumatologiques. Cette échelle code la douleur de 1 (pas de douleur) à 6 (douleur insupportable). La loi de probabilité du résultat de la mesure de douleur avec cette échelle est donnée dans le tableau suivant, pour la population saine et la population de patients se présentant aux urgences traumatologiques (appelée population de malades par la suite).

TAB. 1 – *Lois de probabilité dans la population saine et malade*

Douleur	1	2	3	4	5	6
Population saine	0,5	0,3	0,1	x	0,04	0,01
Population malade	y	0,1	0,1	z	0,25	0,1

QCM 11 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - Mesurer la douleur sur cette échelle est une expérience aléatoire qualitative ordonnée
- b - Mesurer la douleur sur cette échelle est une expérience aléatoire quantitative discrète
- c - Mesurer la douleur sur cette échelle est une expérience aléatoire quantitative continue
- d - La mesure de la douleur sur cette échelle est une variable aléatoire
- e - Comme il s'agit d'une expérience aléatoire qualitative, le résultat n'est pas une variable aléatoire

QCM 12 Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La douleur moyenne dans la population saine est 1,86
- b - La probabilité qu'un sujet sain ait une douleur strictement supérieure à 3 est inférieure ou égale à 0,2
- c - On ne peut pas calculer la probabilité qu'un sujet sain ait une douleur strictement supérieure à 3 car elle dépend notamment de x
- d - La probabilité qu'un sujet sain ait une douleur strictement supérieure à 3 est supérieure ou égale à 0,6
- e - On ne peut pas calculer la probabilité qu'un sujet malade ait une douleur strictement supérieure à 3 car elle dépend notamment de z

QCM 13 On sait qu'un patient des urgences traumatologiques a une probabilité d'avoir une douleur égale à 4 huit fois plus élevée qu'un patient sain. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - $y = 0,01$
- b - $y = 0,05$
- c - La douleur médiane chez les patients des urgences traumatologiques est égale à 4
- d - La probabilité qu'un patient des urgences traumatologiques ait une douleur strictement inférieure à 4 est égale à 0,5
- e - La probabilité qu'un patient des urgences traumatologiques ait une douleur strictement inférieure à 4 est égale à 0,25

QCM 14 Deux externes décident d'évaluer la douleur chez toutes les personnes de la salle d'attente des urgences traumatologiques (patients et accompagnants).

Une personne prise au hasard dans la salle d'attente présente une douleur de 4 sur l'échelle. L'externe le plus âgé parie alors 10 euros qu'il s'agit d'un malade. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie?

- a - Il est sûr de gagner son pari
- b - Il a une probabilité 0,8 de gagner son pari
- c - Il a une probabilité 0,4 de gagner son pari
- d - Il a une probabilité 0,225 de gagner son pari
- e - On ne connaît pas la probabilité qu'il gagne son pari

- QCM 15** En fait, l'externe le plus âgé sait que la surveillante générale des urgences autorise au plus un accompagnant par patient dans la salle d'attente. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie?
- a - On peut dire que la probabilité qu'une personne prise au hasard présente une douleur de 4 est égale 0,225
 - b - On peut juste dire que la probabilité qu'une personne prise au hasard présente une douleur de 4 est comprise entre 0,225 et 0,4 (bornes de l'intervalle comprises)
 - c - On peut dire que la probabilité qu'une personne prise au hasard présente une douleur de 4 est égale à 0,4
 - d - On peut juste dire que la probabilité qu'une personne prise au hasard présente une douleur de 4 est supérieure ou égale à 0,4
 - e - Il manque la proportion de patients dans la salle d'attente pour répondre
- QCM 16** Soit p la proportion de patients dans la salle d'attente. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?
- a - La probabilité que l'externe le plus âgé gagne son pari est égale à $0,4 \times p$
 - b - La probabilité que l'externe le plus âgé gagne son pari est égale à $(0,4 \times p) / (0,35 \times p + 0,05)$
 - c - La probabilité que l'externe le plus âgé gagne son pari est égale à $(0,4 \times p) / (0,4 \times p + 0,05)$
 - d - La probabilité que l'externe le plus âgé gagne son pari est supérieure ou égale à 0,5
 - e - On sait que $0,5 \leq p \leq 1$
- QCM 17** Afin d'aider l'externe le plus jeune, un médecin des urgences traumatologiques lui dit que la probabilité d'être malade dans la salle d'attente est 0,8. Sur les 36 personnes présentes dans la salle d'attente, l'externe le plus jeune ne dénombre que 18 malades. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?
- a - Le médecin des urgences se trompe dans la probabilité
 - b - La probabilité que le médecin des urgences ne se trompe pas est inférieure à 0,0001
 - c - Si le médecin des urgences a raison, la probabilité d'observer au plus 18 malades dans la salle d'attente est comprise entre 0,01 et 0,1
 - d - Si le médecin des urgences a raison, la probabilité d'observer au plus 18 malades dans la salle d'attente est comprise entre 0,0001 et 0,01
 - e - Si le médecin des urgences a raison, la probabilité d'observer au plus 18 malades dans la salle d'attente est inférieure à 0,0001

Exercice 4. Un test de laboratoire est utilisé pour le diagnostic d'une maladie M d'origine bactérienne. Il consiste à ensemencer une boîte de Petri avec un prélèvement, à mettre en culture l'ensemble, puis à compter le nombre de colonies obtenues à 48h. On considère que le nombre de colonies obtenues suit, chez les sujets **sains**, une loi de **Poisson d'espérance 5** et chez les sujets **malades**, une loi de **Poisson de variance 15**. On désigne par X le nombre de colonies observé dans une boîte de Petri.

QCM 18 Chez un sujet sain, parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La probabilité d'observer exactement 3 colonies dans un boîte de Petri est nulle
- b - $P(X \geq 10)$ est inférieur à 5%
- c - $P(X \geq 10)$ est compris entre 5% et 10%
- d - La médiane de X est inférieure ou égale à 5
- e - La médiane de X est égale à 5 car la loi est symétrique

QCM 19 On fixe un seuil à 9 (c'est à dire que l'on considère que le test est positif si $X > 9$). **On rappelle que la sensibilité du test est la probabilité qu'il soit positif chez un sujet malade et sa spécificité la probabilité qu'il soit négatif chez un sujet sain.** Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie?

- a - La sensibilité est comprise entre 90% et 95% et la spécificité est supérieure à 95%
- b - La sensibilité et la spécificité sont comprises entre 90% et 95%
- c - La sensibilité et la spécificité sont supérieures à 95%
- d - La sensibilité est supérieure à 95% et la spécificité est comprise entre 90% et 95%
- e - On ne peut pas calculer la sensibilité et la spécificité car on ne connaît pas la prévalence de la maladie.

QCM 20 On précise que la prévalence de la maladie M dans la population d'intérêt est 0,1. **On rappelle que la valeur prédictive positive (VPP) de ce test est la probabilité qu'un sujet soit malade si le test est positif et la valeur prédictive négative (VPN), la probabilité qu'un sujet soit sain si le test est négatif.** Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - La VPP est supérieure à 75%
- b - Si l'on observe $X > 9$ dans une boîte de Petri, la probabilité que le sujet soit malade est supérieure à 75%
- c - Si l'on observe $X > 9$ dans une boîte de Petri, la probabilité que le sujet ne soit pas malade est inférieure à 5%
- d - La probabilité que le sujet ne soit pas malade, si l'on observe $X > 9$ dans une boîte de Petri, est égale à $(1 - VPN)$
- e - Si l'on abaisse le seuil à 8, la sensibilité augmente et la spécificité baisse

QCM 21 On pense que dans cette population la probabilité d'avoir un test positif est 0.1. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s)?

- a - C'est nécessairement la vraie valeur
- b - On n'a aucun moyen de le vérifier
- c - Le calcul montre que c'est approximation à 3% près
- d - Comme le nombre de colonies suit une loi de Poisson, le nombre de tests positifs sur un échantillon de taille n suit nécessairement une loi de Poisson
- e - La loi exacte du nombre de tests positifs sur un échantillon de taille n est une binomiale.

On considère maintenant que la probabilité dans cette population d'avoir un test positif est 0.1.

QCM 22 On constitue maintenant un échantillon de taille 100 par tirage au sort. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie?

- a - L'intervalle de pari à 95% du nombre de tests positifs est compris dans l'intervalle [6; 14]
- b - L'intervalle de pari à 95% du nombre de tests positifs est compris dans l'intervalle [4; 16]
- c - L'intervalle de pari à 95% du nombre de tests positifs est compris dans l'intervalle [9; 11]
- d - On ne peut pas calculer l'intervalle de pari à 95% car les conditions de validité ne sont pas vérifiées aux bornes
- e - La probabilité d'observer 10 tests positifs exactement sur l'échantillon est nulle, car la loi suivie par le nombre de positifs est approximativement une loi normale

QCM 23 Pour obtenir une largeur de l'intervalle de pari à 95% de 24. La taille de l'échantillon doit être d'environ?

- a - 25
- b - 200
- c - 300
- d - 400
- e - 900

Corrigé succinct des exercices

Exercice 1.

QCM 1 Réponses : a,d,e

- a - Place numéro 1, 1^* (* de 0 à 9, soit 10 possibilités) et 1^{**} (soit 100 possibilités). Au total $111/666 = 1/6$
- b - Idem a, car on tire quand-même les places entre 1 et 666
- c - $111/666 \times 110/665$, ce n'est pas exactement $1/36$, même si c'est proche
- d - $111/666 \times 111/665 \simeq 1/36$ (Cf. c)
- e - $1/666 < 1/500 = 2 \times 10^{-3}$

QCM 2 Réponses : b,d

- a - Faux
- b - $P(B \cap T) \leq \min(P(B), P(T))$, $P(B) = 0,25$ et $P(T) = 0,5$ donc 0,2 vérifie cette inégalité
- c - $P(B \cap T) = P(B) \times P(T)$ si et seulement si B et T sont indépendants, or rien n'est dit à ce sujet dans l'énoncé
- d - $1/6 \times 1/4 = 1/24$ et $0,04 = 1/25 < 1/24 < 1/20 = 0,05$
- e - On ne sait rien sur la moyenne

QCM 3 Réponses : a,c,d,e

- a - $\frac{\sum x_i}{666} = \frac{1110}{666} = \frac{10}{6} \simeq 1,67$
- b - Cf. d
- c - Un écart-type de 43m n'est pas envisageable pour la taille des étudiants
- d - Il faudrait par exemple $\sum x_i^2$
- e - Vrai

QCM 4 Réponses : a,d

- a - $P(X \geq 1,65) = 0,5$ d'après l'énoncé de Q2
- b - 1m67 est la moyenne, pas la médiane
- c - Puisque la moyenne et la médiane de X sont différentes, X n'a pas une distribution symétrique
- d - Queue de distribution à droite (moyenne > médiane)
- e - L'écart-type n'intervient pas

QCM 5 Réponses : a,d,e

- a - $P(B \cup T) = 444/666 = 2/3$ or, $P(B \cup T) = P(B) + P(T) - P(B \cap T)$, donc $P(B \cap T) = 1/4 + 1/2 - 2/3 = 1/12$. $P(B|T) = \frac{P(B \cap T)}{P(T)} = \frac{1/12}{1/2} = 1/6$
- b - Cf. a
- c - Les événements B et T ne sont pas indépendants puisque $P(B|T) \neq P(B)$
- d - $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 0,75$
- e - $P(B \cap \overline{T}) = P(B) - P(B \cap T) = 1/4 - 1/12 = 1/6$

Exercice 2.

QCM 6 Réponses : a,c,d

- a - $4/12 = 1/3$
- b - Il ne restera plus que deux croissants pour dix étudiants soit $2/10 = 0,2$
- c - Cf. b
- d - $\frac{C_{10}^2}{C_{12}^4} = \frac{45}{495} = 1/11$
- e - Cf. d

QCM 7 Réponses : a,c,e

- a - Soit N le nombre de croissants obtenus par les 3 étudiants. $P(N = 2) = \frac{C_9^2 \times C_3^2}{C_{12}^4} = \frac{36 \times 3}{495} = 12/55$
- b - $P(N = 1) = \frac{C_9^3 \times C_3^1}{C_{12}^4} = \frac{84 \times 3}{495} = 28/55$
- c - $P(N = 0) = \frac{C_9^4 \times C_3^0}{C_{12}^4} = \frac{126}{495} = 14/55$
- d - Cf. c
- e - $P(N \geq 1) = 1 - P(N = 0) = 1 - 14/55 = 41/55 < 0,8$

QCM 8 Réponses : b,c,d,e

- a - Faux. Pour la suite, remarquer $X = N/3$
- b - $E(X) = \sum_{x_i} x_i P(X = x_i) = \frac{1 \times 28}{3 \times 55} + \frac{2 \times 12}{3 \times 55} + \frac{1}{55} = 1/3$
- c - $P(X \leq 0) < 0,5$ et $P(X \leq 1/3) > 0,5$, X étant discret \rightarrow médiane = $1/3$
- d - $\text{Var}(X) = E(X^2) - E^2(X)$ avec $E(X^2) = \sum_{x_i} x_i^2 P(X = x_i) = \frac{1 \times 28}{9 \times 55} + \frac{4 \times 12}{9 \times 55} + \frac{1}{55} = \frac{85}{9 \times 55}$. On a $E^2(X) = 1/9$ d'où $\text{Var}(X) = 10/165$
- e - Par définition

QCM 9 Réponses : a,c,d

- a - Par définition
- b - $F(0) = P(X \leq 0) = P(X = 0) = 14/55$
- c - Cf. b
- d - $F(20) = P(X \leq 20) = 1$
- e - Cf. d

QCM 10 Réponses : a,b,d

- a - Voir cours
- b - $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})}$. Si $P(A \cap B) = P(A \cap \bar{B})$, alors $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = 2 \times P(A \cap B)$ et $P(B|A) = 0,5$
- c - Non
- d - $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A|B) \times P(B)}{P(A)}$
- e - Cf. d

Exercice 3.**QCM 11 Réponses : b,d**

- a - le résultat de l'expérience aléatoire est un nombre entier, phénomène quantitatif discret
- b - Cf. a
- c - Cf. a
- d - vrai (expérience aléatoire quantitative)
- e - faux

QCM 12 Réponses : a, b, e

- a - $x = 1 - (0,5 + 0,3 + 0,1 + 0,04 + 0,01) = 0,05$ et $E(X) = \sum x_i \times P(X = x_i) = 1,86$
- b - $P(X > 3) = 0,05 + 0,04 + 0,01 = 0,1$
- c - Cf. b
- d - Cf. b
- e - on ne peut trouver y et z sans informations supplémentaires

QCM 13 Réponses : b, c, e

- a - $z = 8 \times x = 8 \times 0,05 = 0,4$ et $y = 1 - (0,1 + 0,1 + 0,4 + 0,25 + 0,1) = 0,05$
 b - Cf. a
 c - oui
 d - $P(Y < 4) = 0,05 + 0,1 + 0,1 = 0,25$
 e - Cf. d

QCM 14 Réponse : e

Il faut la probabilité qu'un sujet soit malade (ou non malade) pour répondre

QCM 15 Réponse : b

Soit p la probabilité qu'un sujet de la salle d'attente soit malade, $p \geq 0,5$ puisque au plus un accompagnant par malade.

$P(D = 4) = P(D = 4|M) \times p + P(D = 4|\bar{M}) \times (1 - p) = 0,4 \times p + 0,05 \times (1 - p) = 0,35 \times p + 0,05$. Or $p \in [0,5; 1]$, d'où $P(D = 4) \in [0,225; 0,4]$

QCM 16 Réponses : b, d, e

- a - $P(M|D = 4) = \frac{P(D = 4|M) \times p}{P(D = 4)} = \frac{0,4 \times p}{0,35 \times p + 0,05}$
 b - Cf. a
 c - Cf. a
 d - $(0,4 \times p) / (0,35 \times p + 0,05) \geq 0,5$ si $p \in [0,5; 1]$
 e - Cf. QCM précédent

QCM 17 Réponses : e

- a - on ne connaît pas la probabilité que le médecin se trompe
 b - Cf. a
 c - $X \stackrel{\text{(approx)}}{\sim} \mathcal{N}(36 \times 0,8; 36 \times 0,8 \times 0,2)$ et $P(X \leq 18) = P(Z \leq -4,5) < 0,0001$
 d - Cf. c
 e - Cf. c

QCM 18 Réponses : b, d

- a - $P(X = 3) = 0,14$
 b - $P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10) = 1 - F(9) = 1 - 0,97 = 0,03 < 5\%$
 c - Cf. b
 d - $F(5) = 0,615$, médiane ≤ 5
 e - loi non symétrique

QCM 19 Réponse : a

- a - - Sensibilité = $P(\text{test} + \text{si malade}) = P(X > 9|M) = P(X \geq 10|M) = 0,93$
 - Spécificité = $P(\text{test} - \text{si sain}) = P(X \leq 9|\bar{M}) = 1 - P(X \geq 10|\bar{M}) = 0,968$
 b - Cf. a
 c - Cf. a
 d - Cf. a
 e - sensibilité et spécificités indépendantes de la prévalence

QCM 20 Réponses : a, b, e

- a - VPP = $P(\text{malade si test} +) = P(M|T+) = P(M|X > 9)$
 $VPP = Se \times P(M) / \{Se \times P(M) + (1 - Sp) \times (1 - P(M))\} = 0,1 \times 0,93 / \{0,1 \times 0,93 + 0,9 \times 0,03\}$
 $= 0,093 / 0,12 > 0,09 / 0,12 = 3/4 = 0,75$
 b - Cf. a
 c - Cf. a
 d - C'est 1-VPP
 e - $P(X > 8|M) \geq P(X > 9|M)$ donc la sensibilité augmente
 $P(X \leq 8|\bar{M}) \leq P(X \leq 9|\bar{M})$ donc la spécificité diminue

QCM 21 Réponses : c, e

a - $P(X > 9) = P(X > 9|M) \times P(M) + P(X > 9|\overline{M}) \times P(\overline{M})$
 $= Se \times P(M) + (1 - Sp) \times (1 - P(M)) = 0,1 \times 0,93 + 0,9 \times 0,03 = 0,12$

b - Cf. a

c - Cf. a

d - C'est une somme de n variables de Bernoulli de paramètre 0,1, donc suit $Bin(n,0,1)$

e - Cf. d

QCM 22 Réponse : b

a - $IP_{95\%}(P) = \pi \pm 1,96 \times \sqrt{\pi(1-\pi)/n} = 0,1 \pm 1,96 \times \sqrt{0,1 \times 0,9/100}$
 $\simeq 0,1 \pm 2 \times 0,3/10 = 0,1 \simeq 0,1 \pm 0,06 \simeq [0,04; 0,16]$

Nombre de tests positifs: [4; 16], conditions de validité $n \times \pi = 10 \geq 5$

b - Cf. a

c - Cf. a

d - Cf. a

e - Cf. a

QCM 23 Réponse : d

a - Largeur l de l'intervalle de pari: $l = 2 \times 2 \times \sqrt{\pi(1-\pi)/n} \times n = 2 \times 0,3 \times \sqrt{n}$

Pour augmenter d'un facteur 2, il faut donc augmenter le nombre de sujets d'un facteur 4 (Attention, ne pas penser à la réponse "automatique" pour l'intervalle de pari d'une proportion, pour lequel il faut diviser le nb de sujets par 4 pour avoir une largeur multipliée par 2!)

b - Cf. a

c - Cf. a

d - Cf. a

e - Cf. a

Formulaires

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})}$$

$$Se = P(S|M) \quad VPP = P(M|S) = \frac{Se \times P(M)}{Se \times P(M) + (1 - Sp) \times (1 - P(M))}$$

$$Sp = P(\bar{S}|\bar{M}) \quad VPN = P(\bar{M}|\bar{S}) = \frac{Sp \times (1 - P(M))}{Sp \times (1 - P(M)) + (1 - Se) \times P(M)}$$

$$\text{Var}(X) = E \left[(X - E(X))^2 \right] = E(X^2) - E(X)^2$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - E(X))(Y - E(Y))] = E(XY) - E(X)E(Y)$$

Variables aléatoires discrètes

$$E(X) = \sum_{x_i \in E} x_i P(X = x_i)$$

$$\text{Var}(X) = \sum_{x_i \in E} (x_i - E(X))^2 \times P(X = x_i)$$

Distributions de probabilités

- Binomiale: $X \sim \text{Bin}(n, p)$

$$P(\{X = x\}) = C_n^x p^x (1 - p)^{n-x}; \quad x = 0, 1, \dots, n$$

$$E(X) = n \times p \quad \text{Var}(X) = n \times p \times (1 - p)$$

- Poisson: $X \sim \text{Pois}(\lambda)$

$$P(\{X = x\}) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}; \quad x = 0, 1, \dots$$

$$E(X) = \lambda \quad \text{Var}(X) = \lambda$$

Variables aléatoires continues

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad \text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2 f(x) dx$$

Densités de probabilités

- Uniforme sur $[a, b]$: $X \sim U[a, b]$

$$f(x) = \frac{1}{b - a}; \quad a \leq x \leq b$$

$$E(X) = \frac{a + b}{2} \quad \text{Var}(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

- Exponentielle: $X \sim E(\lambda)$

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}; \quad x \geq 0 \quad F(x) = 1 - e^{-\lambda x}; \quad x \geq 0$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad \text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

- Laplace-Gauss: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right); \quad x \in \mathbb{R}$$

$$E(X) = \mu \quad \text{Var}(X) = \sigma^2$$

Intervalles

$$\mu \pm \varepsilon_\alpha \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

$$m \pm \varepsilon_\alpha \sqrt{\frac{s^2}{n}}$$

Tests

$$z = \frac{m - \mu_0}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$$

$$z = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}}$$

$$z = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}}$$

$$\pi \pm \varepsilon_\alpha \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

$$p \pm \varepsilon_\alpha \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}$$

$$p = \frac{n_A p_A + n_B p_B}{n_A + n_B}$$

$$K = \sum_{i=1}^k \frac{(C_i - O_i)^2}{C_i}, \text{ ddl}=(k-1)$$

$$K = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^c \frac{(C_{ij} - O_{ij})^2}{C_{ij}}, \text{ ddl}=(l-1)(c-1)$$

Nombre de sujets nécessaire

$$n \geq (x_\beta + \varepsilon_\alpha)^2 \times \frac{2\sigma^2}{\Delta^2}$$

$$n \geq (x_\beta + \varepsilon_\alpha)^2 \times \frac{2\pi(1-\pi)}{\Delta^2}$$

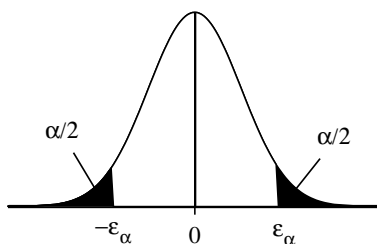
Tables statistiques 1 (loi de Poisson)

A l'intersection de la colonne λ et de la ligne k , figure la probabilité pour qu'une variable de Poisson X de paramètre λ soit égale à la valeur entière k . $P(\{X = k\}) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$

λ	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
k										
0	0,819	0,670	0,549	0,449	0,368	0,301	0,247	0,202	0,165	0,135
1	0,164	0,268	0,329	0,359	0,368	0,361	0,345	0,323	0,298	0,271
2	0,016	0,054	0,099	0,144	0,184	0,217	0,242	0,258	0,268	0,271
3	0,001	0,007	0,020	0,038	0,061	0,087	0,113	0,138	0,161	0,180
4	0,000	0,001	0,003	0,008	0,015	0,026	0,039	0,055	0,072	0,090
5	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,006	0,011	0,018	0,026	0,036
6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,003	0,005	0,008	0,012
7	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002	0,003
8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001

λ	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	10,0	15,0	20,0
k										
0	0,082	0,050	0,018	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,205	0,149	0,073	0,034	0,015	0,006	0,003	0,000	0,000	0,000
2	0,257	0,224	0,147	0,084	0,045	0,022	0,011	0,002	0,000	0,000
3	0,214	0,224	0,195	0,140	0,089	0,052	0,029	0,008	0,000	0,000
4	0,134	0,168	0,195	0,175	0,134	0,091	0,057	0,019	0,001	0,000
5	0,067	0,101	0,156	0,175	0,161	0,128	0,092	0,038	0,002	0,000
6	0,028	0,050	0,104	0,146	0,161	0,149	0,122	0,063	0,005	0,000
7	0,010	0,022	0,060	0,104	0,138	0,149	0,140	0,090	0,010	0,001
8	0,003	0,008	0,030	0,065	0,103	0,130	0,140	0,113	0,019	0,001
9	0,001	0,003	0,013	0,036	0,069	0,101	0,124	0,125	0,032	0,003
10	0,000	0,001	0,005	0,018	0,041	0,071	0,099	0,125	0,049	0,006
11	0,000	0,000	0,002	0,008	0,023	0,045	0,072	0,114	0,066	0,011
12	0,000	0,000	0,001	0,003	0,011	0,026	0,048	0,095	0,083	0,018
13	0,000	0,000	0,000	0,001	0,005	0,014	0,030	0,073	0,096	0,027
14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,007	0,017	0,052	0,102	0,039
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,009	0,035	0,102	0,052
16	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,005	0,022	0,096	0,065
17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,013	0,085	0,076
18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,071	0,084

Tables statistiques 2a (loi normale centrée réduite)



La table donne la probabilité α pour qu'une variable aléatoire normale Z , centrée et réduite ($Z \sim N(0,1)$), soit supérieure ou égale en valeur absolue à une valeur donnée ε_α .

Soit $P(|Z| \geq \varepsilon_\alpha) = \alpha \Leftrightarrow 1 - \alpha = P(-\varepsilon_\alpha < Z < \varepsilon_\alpha)$.

α	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

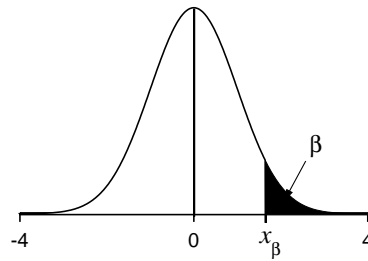
Selon la table, la probabilité α s'obtient en additionnant les nombres indiqués sur les marges.

Exemple: pour $\varepsilon_\alpha = 1,645$, $\alpha = 0,10 + 0,00 = 0,10$.

Pour les petites valeurs de α , on utilisera la table suivante:

α	0,001	0,000 1	0,000 01	0,000 001	0,000 000 1	0,000 000 01	0,000 000 001
ε_α	3,29053	3,89056	4,41717	4,89164	5,32672	5,73073	6,10941

Tables statistiques 2b (loi normale centrée réduite)

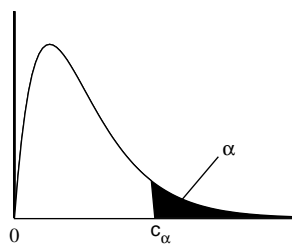


La table donne la probabilité β pour qu'une variable aléatoire normale Z , centrée et réduite ($Z \sim N(0,1)$), soit supérieure ou égale à une valeur donnée x_β .

Soit $P(Z > x_\beta) = \beta$.

x_β	β	x_β	β
0,00	0,500	1,30	0,097
0,05	0,480	1,35	0,089
0,10	0,460	1,40	0,081
0,15	0,440	1,45	0,074
0,20	0,421	1,50	0,067
0,25	0,401	1,55	0,061
0,30	0,382	1,60	0,055
0,35	0,363	1,65	0,049
0,40	0,345	1,70	0,045
0,45	0,326	1,75	0,040
0,50	0,309	1,80	0,036
0,55	0,291	1,85	0,032
0,60	0,274	1,90	0,029
0,65	0,258	1,95	0,026
0,70	0,242	2,00	0,023
0,75	0,227	2,10	0,018
0,80	0,212	2,20	0,014
0,85	0,198	2,30	0,011
0,90	0,184	2,40	0,0082
0,95	0,171	2,50	0,0062
1,00	0,159	2,75	0,0030
1,05	0,147	3,00	0,0013
1,10	0,136	3,50	0,00023
1,15	0,125	4,00	0,000032
1,20	0,115	4,50	0,0000034
1,25	0,106	5,00	0,00000029

Tables statistiques 3 (loi du χ^2)



La table donne la probabilité α pour qu'une variable aléatoire distribuée selon une loi du χ^2 à ν degrés de liberté (ddl) soit supérieure ou égale à une valeur donnée.

α ν	0,9	0,5	0,3	0,2	0,1	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,001
1	0,016	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	4,218	4,709	5,412	6,635	10,827
2	0,211	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	6,438	7,013	7,824	9,210	13,815
3	0,584	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	8,311	8,947	9,837	11,345	16,266
4	1,064	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	10,026	10,712	11,668	13,277	18,466
5	1,610	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	11,644	12,375	13,388	15,086	20,515
6	2,204	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	13,198	13,968	15,033	16,812	22,457
7	2,833	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	14,703	15,509	16,622	18,475	24,321
8	3,490	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	16,171	17,011	18,168	20,090	26,124
9	4,168	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	17,608	18,480	19,679	21,666	27,877
10	4,865	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	19,021	19,922	21,161	23,209	29,588
11	5,578	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	20,412	21,342	22,618	24,725	31,264
12	6,304	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	21,785	22,742	24,054	26,217	32,909
13	7,041	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	23,142	24,125	25,471	27,688	34,527
14	7,790	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	24,485	25,493	26,873	29,141	36,124
15	8,547	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	25,816	26,848	28,259	30,578	37,698
16	9,312	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	27,136	28,191	29,633	32,000	39,252
17	10,085	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	28,445	29,523	30,995	33,409	40,791
18	10,865	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	29,745	30,845	32,346	34,805	42,312
19	11,651	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	31,037	32,158	33,687	36,191	43,819
20	12,443	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	32,321	33,462	35,020	37,566	45,314
21	13,240	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	33,597	34,759	36,343	38,932	46,796
22	14,041	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	34,867	36,049	37,659	40,289	48,268
23	14,848	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	36,131	37,332	38,968	41,638	49,728
24	15,659	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	37,389	38,609	40,270	42,980	51,179
25	16,473	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	38,642	39,880	41,566	44,314	52,619
26	17,292	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	39,889	41,146	42,856	45,642	54,051
27	18,114	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	41,132	42,407	44,140	46,963	55,475
28	18,939	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	42,370	43,662	45,419	48,278	56,892
29	19,768	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	43,604	44,913	46,693	49,588	58,301
30	20,599	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	44,834	46,160	47,962	50,892	59,702

Tables statistiques 4 (loi binomiale)

Soit $X \sim Bin(n,p)$. La table (voir aussi page suivante) donne $P(\{X = k\})$.

n	k	p								
		0,1	0,2	0,25	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8	0,9
1	0	0,9000	0,8000	0,7500	0,6000	0,5000	0,4000	0,2500	0,2000	0,1000
	1	0,1000	0,2000	0,2500	0,4000	0,5000	0,6000	0,7500	0,8000	0,9000
2	0	0,8100	0,6400	0,5625	0,3600	0,2500	0,1600	0,0625	0,0400	0,0100
	1	0,1800	0,3200	0,3750	0,4800	0,5000	0,4800	0,3750	0,3200	0,1800
	2	0,0100	0,0400	0,0625	0,1600	0,2500	0,3600	0,5625	0,6400	0,8100
3	0	0,7290	0,5120	0,4219	0,2160	0,1250	0,0640	0,0156	0,0080	0,0010
	1	0,2430	0,3840	0,4219	0,4320	0,3750	0,2880	0,1406	0,0960	0,0270
	2	0,0270	0,0960	0,1406	0,2880	0,3750	0,4320	0,4219	0,3840	0,2430
	3	0,0010	0,0080	0,0156	0,0640	0,1250	0,2160	0,4219	0,5120	0,7290
4	0	0,6561	0,4096	0,3164	0,1296	0,0625	0,0256	0,0039	0,0016	0,0001
	1	0,2916	0,4096	0,4219	0,3456	0,2500	0,1536	0,0469	0,0256	0,0036
	2	0,0486	0,1536	0,2109	0,3456	0,3750	0,3456	0,2109	0,1536	0,0486
	3	0,0036	0,0256	0,0469	0,1536	0,2500	0,3456	0,4219	0,4096	0,2916
	4	0,0001	0,0016	0,0039	0,0256	0,0625	0,1296	0,3164	0,4096	0,6561
5	0	0,5905	0,3277	0,2373	0,0778	0,0313	0,0102	0,0010	0,0003	0,0000
	1	0,3281	0,4096	0,3955	0,2592	0,1563	0,0768	0,0146	0,0064	0,0005
	2	0,0729	0,2048	0,2637	0,3456	0,3125	0,2304	0,0879	0,0512	0,0081
	3	0,0081	0,0512	0,0879	0,2304	0,3125	0,3456	0,2637	0,2048	0,0729
	4	0,0005	0,0064	0,0146	0,0768	0,1563	0,2592	0,3955	0,4096	0,3281
	5	0,0000	0,0003	0,0010	0,0102	0,0313	0,0778	0,2373	0,3277	0,5905
6	0	0,5314	0,2621	0,1780	0,0467	0,0156	0,0041	0,0002	0,0001	0,0000
	1	0,3543	0,3932	0,3560	0,1866	0,0938	0,0369	0,0044	0,0015	0,0001
	2	0,0984	0,2458	0,2966	0,3110	0,2344	0,1382	0,0330	0,0154	0,0012
	3	0,0146	0,0819	0,1318	0,2765	0,3125	0,2765	0,1318	0,0819	0,0146
	4	0,0012	0,0154	0,0330	0,1382	0,2344	0,3110	0,2966	0,2458	0,0984
	5	0,0001	0,0015	0,0044	0,0369	0,0938	0,1866	0,3560	0,3932	0,3543
	6	0,0000	0,0001	0,0002	0,0041	0,0156	0,0467	0,1780	0,2621	0,5314
7	0	0,4783	0,2097	0,1335	0,0280	0,0078	0,0016	0,0001	0,0000	0,0000
	1	0,3720	0,3670	0,3115	0,1306	0,0547	0,0172	0,0013	0,0004	0,0000
	2	0,1240	0,2753	0,3115	0,2613	0,1641	0,0774	0,0115	0,0043	0,0002
	3	0,0230	0,1147	0,1730	0,2903	0,2734	0,1935	0,0577	0,0287	0,0026
	4	0,0026	0,0287	0,0577	0,1935	0,2734	0,2903	0,1730	0,1147	0,0230
	5	0,0002	0,0043	0,0115	0,0774	0,1641	0,2613	0,3115	0,2753	0,1240
	6	0,0000	0,0004	0,0013	0,0172	0,0547	0,1306	0,3115	0,3670	0,3720
	7	0,0000	0,0000	0,0001	0,0016	0,0078	0,0280	0,1335	0,2097	0,4783
8	0	0,4305	0,1678	0,1001	0,0168	0,0039	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,3826	0,3355	0,2670	0,0896	0,0313	0,0079	0,0004	0,0001	0,0000
	2	0,1488	0,2936	0,3115	0,2090	0,1094	0,0413	0,0038	0,0011	0,0000
	3	0,0331	0,1468	0,2076	0,2787	0,2188	0,1239	0,0231	0,0092	0,0004
	4	0,0046	0,0459	0,0865	0,2322	0,2734	0,2322	0,0865	0,0459	0,0046
	5	0,0004	0,0092	0,0231	0,1239	0,2188	0,2787	0,2076	0,1468	0,0331
	6	0,0000	0,0011	0,0038	0,0413	0,1094	0,2090	0,3115	0,2936	0,1488
	7	0,0000	0,0001	0,0004	0,0079	0,0313	0,0896	0,2670	0,3355	0,3826
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007	0,0039	0,0168	0,1001	0,1678	0,4305
9	0	0,3874	0,1342	0,0751	0,0101	0,0020	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,3874	0,3020	0,2253	0,0605	0,0176	0,0035	0,0001	0,0000	0,0000
	2	0,1722	0,3020	0,3003	0,1612	0,0703	0,0212	0,0012	0,0003	0,0000
	3	0,0446	0,1762	0,2336	0,2508	0,1641	0,0743	0,0087	0,0028	0,0001
	4	0,0074	0,0661	0,1168	0,2508	0,2461	0,1672	0,0389	0,0165	0,0008
	5	0,0008	0,0165	0,0389	0,1672	0,2461	0,2508	0,1168	0,0661	0,0074
	6	0,0001	0,0028	0,0087	0,0743	0,1641	0,2508	0,2336	0,1762	0,0446
	7	0,0000	0,0003	0,0012	0,0212	0,0703	0,1612	0,3003	0,3020	0,1722
	8	0,0000	0,0000	0,0001	0,0035	0,0176	0,0605	0,2253	0,3020	0,3874
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0020	0,0101	0,0751	0,1342	0,3874

n	k	P								n	k	P										
		0,1	0,2	0,25	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8			0,9	0,1	0,2	0,25	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8	0,9	
10	0	0,3487	0,1074	0,0563	0,0060	0,0010	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	15	0	0,2059	0,0352	0,0134	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	1	0,3874	0,2684	0,1877	0,0403	0,0098	0,0016	0,0000	0,0000	0,0000		1	0,3432	0,1319	0,0668	0,0047	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	2	0,1937	0,3020	0,2816	0,1209	0,0439	0,0106	0,0004	0,0001	0,0000		2	0,2669	0,2309	0,1559	0,0219	0,0032	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,0574	0,2013	0,2503	0,2150	0,1172	0,0425	0,0031	0,0008	0,0000		3	0,1285	0,2501	0,2252	0,0634	0,0139	0,0016	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	4	0,0112	0,0881	0,1460	0,2508	0,2051	0,1115	0,0162	0,0055	0,0001		4	0,0428	0,1876	0,2252	0,1268	0,0417	0,0074	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
	5	0,0015	0,0264	0,0584	0,2007	0,2461	0,2007	0,0584	0,0264	0,0015		5	0,0105	0,1032	0,1651	0,1859	0,0916	0,0245	0,0007	0,0001	0,0000	0,0000
	6	0,0001	0,0055	0,0162	0,1115	0,2051	0,2508	0,1460	0,0881	0,0112		6	0,0019	0,0430	0,0917	0,2066	0,1527	0,0612	0,0034	0,0007	0,0000	0,0000
	7	0,0000	0,0008	0,0031	0,0425	0,1172	0,2150	0,2503	0,2013	0,0574		7	0,0003	0,0138	0,0393	0,1771	0,1964	0,1181	0,0131	0,0035	0,0000	0,0000
	8	0,0000	0,0001	0,0004	0,0106	0,0439	0,1209	0,2816	0,3020	0,1937		8	0,0000	0,0035	0,0131	0,1181	0,1964	0,1771	0,0393	0,0138	0,0003	0,0000
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0016	0,0098	0,0403	0,1877	0,2684	0,3874		9	0,0000	0,0007	0,0034	0,0612	0,1527	0,2066	0,0917	0,0430	0,0019	0,0000
10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0010	0,0060	0,0563	0,1074	0,3487	10	0,0000	0,0001	0,0007	0,0245	0,0916	0,1859	0,1651	0,1032	0,0105	0,0000		
11	0	0,3138	0,0859	0,0422	0,0036	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	20	0	0,1216	0,0115	0,0032	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000		
	1	0,3835	0,2362	0,1549	0,0266	0,0054	0,0007	0,0000	0,0000		0,0000	1	0,2702	0,0576	0,0211	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000		
	2	0,2131	0,2953	0,2581	0,0887	0,0269	0,0052	0,0001	0,0000		0,0000	2	0,2852	0,1369	0,0669	0,0031	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000		
	3	0,0710	0,2215	0,2581	0,1774	0,0806	0,0234	0,0011	0,0002		0,0000	3	0,1901	0,2054	0,1339	0,0123	0,0011	0,0000	0,0000	0,0000		
	4	0,0158	0,1107	0,1721	0,2365	0,1611	0,0701	0,0064	0,0017		0,0000	4	0,0898	0,2182	0,1897	0,0350	0,0046	0,0003	0,0000	0,0000		
	5	0,0025	0,0388	0,0803	0,2207	0,2256	0,1471	0,0268	0,0097		0,0003	5	0,0319	0,1746	0,2023	0,0746	0,0148	0,0013	0,0000	0,0000		
	6	0,0003	0,0097	0,0268	0,1471	0,2256	0,2207	0,0803	0,0388		0,0025	6	0,0089	0,1091	0,1686	0,1244	0,0370	0,0049	0,0000	0,0000		
	7	0,0000	0,0017	0,0064	0,0701	0,1611	0,2365	0,1721	0,1107		0,0158	7	0,0020	0,0545	0,1124	0,1659	0,0739	0,0146	0,0002	0,0000		
	8	0,0000	0,0002	0,0011	0,0234	0,0806	0,1774	0,2581	0,2215		0,0710	8	0,0004	0,0222	0,0609	0,1797	0,1201	0,0355	0,0008	0,0001		
	9	0,0000	0,0000	0,0001	0,0052	0,0269	0,0887	0,2581	0,2953		0,2131	9	0,0001	0,0074	0,0271	0,1597	0,1602	0,0710	0,0030	0,0005		
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007	0,0054	0,0266	0,1549	0,2362		0,3835	10	0,0000	0,0020	0,0099	0,1171	0,1762	0,1171	0,0099	0,0020		
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005	0,0036	0,0422	0,0859	0,3138	11	0,0000	0,0005	0,0030	0,0710	0,1602	0,1597	0,0271	0,0074				
12	0	0,2824	0,0687	0,0317	0,0022	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	20	0	0,0000	0,0001	0,0008	0,0355	0,1201	0,1797	0,0609	0,0222	0,0004		
	1	0,3766	0,2062	0,1267	0,0174	0,0029	0,0003	0,0000	0,0000		1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0049	0,0370	0,1244	0,1686	0,1091			
	2	0,2301	0,2835	0,2323	0,0639	0,0161	0,0025	0,0000	0,0000		2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0013	0,0148	0,0746	0,2023	0,1746			
	3	0,0852	0,2362	0,2581	0,1419	0,0537	0,0125	0,0004	0,0001		0,0000	3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0046	0,0350	0,1897	0,2182		
	4	0,0213	0,1329	0,1936	0,2128	0,1208	0,0420	0,0024	0,0005		0,0000	4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0011	0,0123	0,1339	0,2054		
	5	0,0038	0,0532	0,1032	0,2270	0,1934	0,1009	0,0115	0,0033		0,0000	5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0146	0,0739	0,1659	0,1124	0,0545		
	6	0,0005	0,0155	0,0401	0,1766	0,2256	0,1766	0,0401	0,0155		0,0005	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000		
	7	0,0000	0,0033	0,0115	0,1009	0,1934	0,2270	0,1032	0,0532		0,0038	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0013	0,0148	0,0746	0,2023	0,1746		
	8	0,0000	0,0005	0,0024	0,0420	0,1208	0,2128	0,1936	0,1329		0,0213	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0046	0,0350	0,1897	0,2182		
	9	0,0000	0,0001	0,0004	0,0125	0,0537	0,1419	0,2581	0,2362		0,0852	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000		
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0025	0,0161	0,0639	0,2323	0,2835		0,2301	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000		
	11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0029	0,0174	0,1267	0,2062		0,3766	11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005	0,0211		
12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0022	0,0317	0,0687	0,2824	12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0032	0,0115				

Tables numériques éventuellement utiles

Le tableau suivant donne le carré $(a + b)^2$ pour des valeurs de a et b données en ligne et en colonne

	1,28	1,65	1,96	2,32	2,58
1,28	7				
1,65	9	11			
1,96	10	13	15		
2,32	13	16	18	22	
2,58	15	18	21	24	27

Le tableau suivant donne les valeurs de $\exp(-x)$, $\ln(x)$, \sqrt{x} et x^2 pour différentes valeurs de x

x	$\exp(-x)$	$\ln(x)$	x^2	\sqrt{x}
0	1,0000		0,0000	0,0000
0,175	0,8395	-1,7430	0,0306	0,4183
0,25	0,7788	-1,3863	0,0625	0,5000
0,35	0,7047	-1,0498	0,1225	0,5916
0,5	0,6065	-0,6931	0,2500	0,7071
0,75	0,4724	-0,2877	0,5625	0,8660
1	0,3679	0,0000	1,0000	1,0000
1,25	0,2865	0,2231	1,5625	1,1180
1,5	0,2231	0,4055	2,2500	1,2247
1,75	0,1738	0,5596	3,0625	1,3229
2	0,1353	0,6931	4,0000	1,4142
2,25	0,1054	0,8109	5,0625	1,5000
2,5	0,0821	0,9163	6,2500	1,5811
2,75	0,0639	1,0116	7,5625	1,6583
3	0,0498	1,0986	9,0000	1,7321
3,25	0,0388	1,1787	10,5625	1,8028
3,5	0,0302	1,2528	12,2500	1,8708
3,75	0,0235	1,3218	14,0625	1,9365
4	0,0183	1,3863	16,0000	2,0000
4,25	0,0143	1,4469	18,0625	2,0616
4,5	0,0111	1,5041	20,2500	2,1213
4,75	0,0087	1,5581	22,5625	2,1794
5	0,0067	1,6094	25,0000	2,2361
7,5	0,0006	2,0149	56,2500	2,7386
10	0,0000	2,3026	100,0000	3,1623

Le tableau suivant donne les coefficients binomiaux: C_n^p

n	p										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008
17	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448
18	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758
19	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378
20	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756

Rappels: $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ $C_n^0 = 1,$ $C_n^n = 1,$ $C_n^1 = n,$ $C_n^p = C_n^{n-p}$

Le tableau suivant donne x^y

x	y					
	2	3	4	5	10	100
0,2	0,04	0,008	0,0016	$3,2 \times 10^{-4}$	$1,0 \times 10^{-7}$	0
0,3	0,09	0,027	0,0081	0,0024	$5,9 \times 10^{-6}$	0
0,4	0,16	0,064	0,026	0,010	$1,0 \times 10^{-4}$	0
0,5	0,25	0,13	0,063	0,031	$9,8 \times 10^{-4}$	0
0,6	0,36	0,22	0,13	0,078	0,0060	0
0,7	0,49	0,34	0,24	0,17	0,028	0
0,8	0,64	0,51	0,41	0,33	0,11	$2,0 \times 10^{-10}$
0,9	0,81	0,73	0,66	0,59	0,35	$2,7 \times 10^{-5}$
0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,90	0,37